المحاضرة الخامسة

التصميم العشوائي الكامل عند عدم تساوي المكررات ومقارنة المتوسطات

مادة تصميم وتحليل التجارب |طلبة قسم الإنتاج الحيواني

الفكرة الرئيسة :عند اختلاف عدد الوحدات بين المعاملات تتغير صيغ مجموع مربعات المعاملات ودرجات حرية المحمي LSD يمكن مقارنة المتوسطات باختبار ملائم، ومنها F الخطأ .وبعد ثبوت معنوية اختبار.

نواتج التعلّم

بعد إكمال هذه المحاضرة يُتوقع من الطالب أن يكون قادرًا على:

- تحليل تصميم عشوائي كامل بأعداد مكررات غير متساوية.
- الخاص بكل معاملة r_i الكلي من N تمييز.
- قريبة من p 0.05 تحديد القرار الصحيح عندما تكون قيمة.
- عند تساوي المكررات وتعميمه على المكررات غير المتساوية (LSD) حساب أقل فرق معنوي.
- كتابة حروف التجميع وتفسيرها دون مبالغة في الاستنتاج.

1. لماذا يحدث عدم تساوي المكررات؟

قد يبدأ الباحث بأعداد متساوية ثم يفقد بعض الوحدات بسبب نفوق الحيوان أو استبعاد قياس غير صالح وفق معيار محدد مسبقًا .وقد يُخطط أصلًا لأعداد مختلفة لأسباب عملية .يجب توثيق السبب وعدم حذف المشاهدات بناءً على النتيجة؛ لأن الاستبعاد الانتقائي قد يسبب تحيزًا.

قاعدة أساسية :في حالة عدم التساوي، يرمز $N = \Sigma r_i$. لا i، ويكون إلى عدد المشاهدات الفعلية في المعاملة r_i بقيمة واحدة إذا كانت الأعداد مختلفة r_i يجوز كتابة.

2. الصيغ العامة لتحليل التباين

$$CF = G^2/N \quad ، \quad N = \Sigma r_i$$

$$SS_{total} = \Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - CF$$

$$SS_{treat} = \Sigma(T_i^2/r_i) - CF$$

$$SS_{error} = SS_{total} - SS_{treat}$$

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	متوسط المربعات	الاختبار
المعاملات	$t - 1$	$SS_{treat}/(t-1)$	$F = MS_{treat}/MS_{error}$
الخطأ التجريبي	$N - t = \Sigma r_i - t$	$SS_{error}/(N-t)$	—

مصدر الاختلاف	درجات الحرية	متوسط المربعات	الاختبار
الكلي	$N - 1 = \Sigma r_i - 1$	—	—

مثال محلول :مكررات غير متساوية .3

اختُبرت خمس معاملات غذائية، وكانت أعداد الوحدات المتاحة مختلفة .تمثل القيم استجابة إنتاجية مقاسة على وحدات تجريبية مستقلة:

المعاملة	القيم المتاحة	r_i	T_i	المتوسط
T1	8، 9، 9، 10، 9	5	45	9.000
T2	8، 7، 8	3	23	7.667
T3	7، 9	2	16	8.000
T4	10، 9، 11	3	30	10.000
T5	9، 8	2	17	8.500

الحسابات 3.1

والمتوسط العام $t = 5، N = 5 + 3 + 2 + 3 + 2 = 15، G = 131، 8.733=$.

$$CF = 131^2/15 = 1,144.0667$$

$$\Sigma\Sigma Y_{ij}^2 = 1,161$$

$$SS_{total} = 1,161 - 1,144.0667 = 16.9333$$

$$SS_{treat} = (45^2/5 + 23^2/3 + 16^2/2 + 30^2/3 + 17^2/2) - 1,144.0667 = 9.7667$$

$$SS_{error} = 16.9333 - 9.7667 = 7.1667$$

مصدر الاختلاف	df	SS	MS	F	p
المعاملات	4	9.7667	2.4417	3.4070	0.05274
الخطأ التجريبي	10	7.1667	0.7167	—	—
الكلي	14	16.9333	—	—	—

القرار عند $\alpha = 0.05$: قيمة $p = 0.05274$ أكبر قليلًا من 0.05؛ لذلك لا نرفض فرضية العدم .كما أن F الجدولية =3.478 .توصف النتيجة بأنها غير معنوية عند مستوى 5%، ولا F المحسوبة =3.407 أصغر من «قريبة من المعنوية» دون تحديد مسبق لمستوى آخر .تُحوَّل إلى نتيجة معنوية بعبارات مثل

بما أن الاختبار الكلي غير معنوي عند $\alpha = 0.05$، فلا نطبق اختبار LSD .هذه البعدي على هذا المثال .الخطوة تمنع انتقاء فروق زوجية عرضية.

4. مقارنة المتوسطات باختبار أقل فرق معنوي (LSD)

اختبار أقل فرق معنوي لفيشر يقارن الفرق المطلق بين كل متوسطين بقيمة حرجة .في الاستخدام البعدي المحمي .ومع كثرة المعاملات LSD الكلي معنويًا؛ لذلك يسمى أحيانًا F التعليمي، يطبَّق بعد أن يكون اختبار .أكثر تحفظًا للسيطرة على الخطأ العائلي Tukey HSD وارتفاع عدد المقارنات، يكون

4.1 عند تساوي المكررات

$$LSD = t(\alpha/2,\ df_e) \times \sqrt{(2MS_e/r)}$$

4.2 عند عدم تساوي المكررات

$$LSD_{ij} = t(\alpha/2,\ df_e) \times \sqrt{[MS_e(1/r_i + 1/r_j)]}$$

واحدة لجميع الأزواج في LSD ؛ لذلك لا يصح استخدام r_j و r_i تختلف القيمة الحرجة لكل زوج عند اختلاف .التصميم غير المتوازن إلا إذا كانت مبنية على طريقة موثقة ملائمة

5. مثال محلول على LSD بعد ANOVA معنوي

:أُجريت تجربة بخمس معاملات، ولكل معاملة خمسة مكررات مستقلة .كانت النتائج كما يأتي

المعاملة	القيم	المجموع	المتوسط
T1	6، 8، 7، 3، 10	34	6.8
T2	9، 8، 11، 11، 10	49	9.8
T3	7، 5، 5، 9، 4	30	6.0
T4	5، 3، 4، 6، 6	24	4.8
T5	8، 6، 9، 9، 11	43	8.6

5.1 اختبار F الكلي

مصدر الاختلاف	df	SS	MS	F	p
المعاملات	4	80.40	20.10	5.7759	0.00294
الخطأ التجريبي	20	69.60	3.48	—	—
الكلي	24	150.00	—	—	—

القرار :الاختبار الكلي معنوي لأن $p = 0.00294 < 0.05$؛ لذا يمكن الانتقال إلى مقارنة المتوسطات.

5.2 حساب LSD عند $\alpha = 0.05$

$$t(0.025,\ 20) = 2.086$$

$$LSD = 2.086 \times \sqrt{(2 \times 3.48 / 5)} = 2.461 \approx 2.46$$

الحديث يمكن Excel في .α/2 في الاختبار ثنائي الطرف موجبة وتؤخذ عند t **تصحيح مهم :**القيمة الحرجة ؛ والنتيجة هنا 2.086، وليست قيمة سالبة(T.INV.2T(0.05,20 استخدام.

5.3 المقارنات الزوجية

المقارنة	الفرق المطلق	مقارنته بـ 2.46	النتيجة
T2 – T4	5.0	> LSD	معنوي
T2 – T3	3.8	> LSD	معنوي
T2 – T1	3.0	> LSD	معنوي
T2 – T5	1.2	< LSD	غير معنوي
T5 – T4	3.8	> LSD	معنوي
T5 – T3	2.6	> LSD	معنوي
T5 – T1	1.8	< LSD	غير معنوي
T1 – T4	2.0	< LSD	غير معنوي
T1 – T3	0.8	< LSD	غير معنوي
T3 – T4	1.2	< LSD	غير معنوي

5.4 عرض المتوسطات بحروف التجميع

الترتيب	المعاملة	المتوسط	LSD مجموعة
1	T2	9.8	a
2	T5	8.6	ab
3	T1	6.8	bc
4	T3	6.0	c
5	T4	4.8	c

T5و T2 المتوسطات التي تشترك في حرف واحد على الأقل لا تختلف معنويًا عند مستوى 0.05 .فمثلًا ولذلك يكون الفرق بينهما معنويًا ،T1و T2 بينما لا يوجد حرف مشترك بين ،a يشتركان في الحرف.

6. ملاحظات تصحيحية مستخلصة من المادة الأصلية

المشكلة	التصحيح العلمي
جدول يحوي أربع قيم لكل معاملة لكنه وُصف بأنه غير متساوي المكررات.	وتساوي المكررات، ما لم تُحدد r = 4 أربع قيم لكل معاملة تعني قيمة مفقودة أو مستبعدة بوضوح.
مع حساب المتوسط من أربع قيم $r_i = 3$ كتابة.	r_i = مساويًا لعدد القيم الفعلية؛ في ذلك الجدول r_i يجب أن يكون

المشكلة	التصحيح العلمي
	4.
صيغة درجات حرية الخطأ غير واضحة.	عند عدم التساوي: $df_e = \Sigma r_i - t = N - t$. وعند التساوي: $df_e = t(r-1)$.
LSD سالبة في حساب t ظهور قيمة.	استخدم القيمة الحرجة الموجبة للاختبار ثنائي الطرف: $t(\alpha/2, df_e)$. الإشارة لا تدخل في قيمة الحد الحرج.
إجراء LSD رغم أن $p > 0.05$.	البعدي المحمي لا تُجرى المقارنات إلا بعد معنوية LSD في اختبار F الكلي.

7. سير العمل التحليلي الصحيح

1. حدد المعاملة والوحدة التجريبية وعدد الوحدات الفعلي في كل معاملة.
2. افحص البيانات والقيم المفقودة، ووثق أسباب الاستبعاد قبل التحليل.
3. احسب N وG وTᵢ وrᵢ والمتوسطات.
4. أكمل ANOVA باستخدام الصيغ الموافقة للتوازن أو عدمه.
5. تحقق من افتراضات النموذج باستخدام البواقي.
6. قرر معنوية اختبار F وفق α المحدد مسبقًا.
7. إذا كان F معنويًا، اختر مقارنة متوسطات مناسبة واذكر طريقتها ومستوى α.
8. اعرض المتوسطات مع مقياس تشتت مناسب، وفسر الدلالة الإحصائية إلى جانب الأهمية الإنتاجية.

8. تقويم ذاتي

9. احسب N ودرجات حرية المعاملات والخطأ والكلي لثلاث معاملات أعدادها 4 و5 و3.
10. إذا كان $p = 0.052$ عند $\alpha = 0.05$، فما القرار الصحيح؟
11. اكتب صيغة LSD بين متوسطين عندما يكون $r_1 \neq r_2$.
12. عند كثرة المعاملات؟ LSD أنسب من Tukey HSD لماذا قد يكون

إجابات مختصرة: (1) $N = 12$، df المعاملات $= 2$، df الخطأ $= 9$، df الكلي $= 11$. (2) لا نرفض H_0. (3) $t \times \sqrt{[MSE(1/r_1 + 1/r_2)]}$. (4) لأنه يضبط احتمال الخطأ العائلي عبر المقارنات المتعددة بدرجة أفضل.

مراجع مقترحة

Gomez, K. A., & Gomez, A. A. (1984). Statistical Procedures for Agricultural Research (2nd ed.). Wiley.

Montgomery, D. C. (2019). Design and Analysis of Experiments (10th ed.). Wiley.

Steel, R. G. D., Torrie, J. H., & Dickey, D. A. (1997). Principles and Procedures of Statistics: A Biometrical Approach (3rd ed.). McGraw-Hill.

Kuehl, R. O. (2000). Design of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis (2nd ed.). Duxbury Press.