المحاضرة الاولى

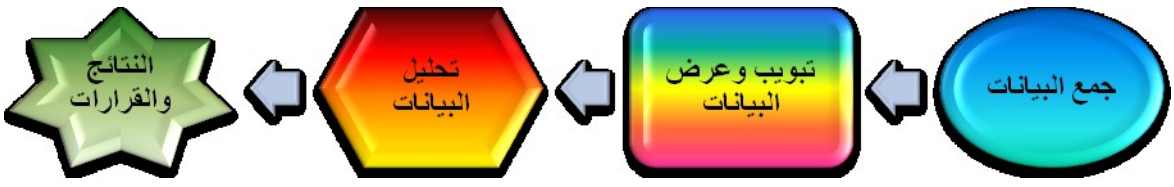
مراجعة عامة في الاحصاء

تعريف علم الاحصاء

من المفاهيم الشائعة عن الاحصاء ، ما هي الا ارقام وبيانات رقمية فقط ، كأعداد السكان واعداد المواليد والوفيات ، واعداد المزارع والمزارعين ، واعداد الجيش واسلحته ...الخ. ومن ثم ارتبط مفهوم الاحصاء بانه العد والحصر للاشياء والتعبير عنها بارقام وهذا المفهوم المحدود لعلم الاحصاء . ولكن الاحصاء كعلم يمكن تعريفه كاللآتي

تعريف علم الاحصاء

هو ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الاسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول منها على استنتاجات وقرارات مناسبة.



مما سبق يمكن تصنيف علم الاحصاء الى قسمين رئيسين هما:

١- الاحصاء الوصفي (Descriptive Statistics)

وهو ذلك الفرع من الاحصاء الذي يتناول جمع وتنظيم وتلخيص وتبويب وعرض البيانات وحساب بعض المقاييس الاحصائية المختلفة لها .

٢- الاحصاء الاستنتاجي او الاستدلالي (Statistical inference)

ويشمل الطرق الاحصائية التي تهدف الى عمل استنتاجات او استدلالات حول المصدر الذي جمعت منه البيانات والتوقعات عن المجتمع من خلال دراسة عينة من ذلك المجتمع.

المتغير

عند دراسة صفة معينة مثل عدد الثمار في شجرة البرتقال لمجموعة معينة من اشجار البرتقال فسنجد اختلافات في عدد الثمار من شجرة لاخرى ، وفي هذه الحالة يطلق على صفة عدد الثمار بالشجرة بمصطلح المتغير. وكذلك عند دراسة صفة حاصل البذور لمحصول الرز في وحدة المساحة (كغم /دونم) لمجموعة من المزارع ، فسنجد اختلافات في كمية حاصل البذور في وحدة المساحة من مزرعة لاخرى ، وفي هذه الحالة نطلق على صفة الحاصل بمصطلح المتغير.

تعريف المتغير (Variable)

هو اي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها

أنواع المتغيرات

تنقسم المتغيرات إلى نوعين:

١ – متغيرات نوعية او وصفية (Qualitative Variable)

هي بيانات غير رقمية، أو بيانات رقمية مرتبة في شكل مستويات أو في شكل فئات رقمية، ومن ثم تقاس البيانات الوصفية بمعيارين هما:

أ -بيانات وصفية مقاسة بمعيار اسمي Nominal Scale

وهي بيانات غير رقمية تتكون من مجموعات : متنافية، كل مجموعة لها خصائص تميزها عن المجموعة الأخرى، كما أن هذه المجموعات لا يمكن المفاضلة بينها، ومن الأمثلة على ذلك:

- الجنس : متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار اسمي " ذكر – أنثى. "

- الحالة الاجتماعية : متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار اسمي " متزوج ، أعزب أرمل ، مطلق."

- أصناف التمور :متغير وصفي يقاس بياناته بمعيار اسمي " برحي ،خستاوي ، زهدي ، مكتوم".

- الجنسية : متغير وصفي يقاس بياناته بمعيار اسمي " عراقي غير عراقي"

وهذا النوع من البيانات يمكن اعطاء مجموعاته رموز او أرقام، فمثلا الجنسية يمكن إعطاء الجنسية عراقي " الرمز (1) ، والجنسية " غير العراقي " الرمز (2)

ب -بيانات وصفية مقاسة بمعيار ترتيبي Ordinal Scales

تتكون من مستويات، أو فئات يمكن ترتيبها تصاعديا أو تنازليا، ومن الأمثلة على ذلك:

- تقديرات النجاح للطالب :متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار ترتيبي (مقبول ، متوسط ، جيد ، جيدجدا ، امتياز)

- المستوى التعليمي :متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار ترتيبي" أمي ، يقرأ ويكتب، ابتدائية، متوسطة ، ثانوية ، جامعية ، أعلى من جامعية"

- المستوى الاقتصادي :متغير وصفي تقاس بياناته بمعيار ترتيبي: " غني ، متوسط ، فقير"

٢- متغيرات كمية (عددية) Quantitative Variables

وهي تلك الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بارقام عددية وتنقسم إلى:

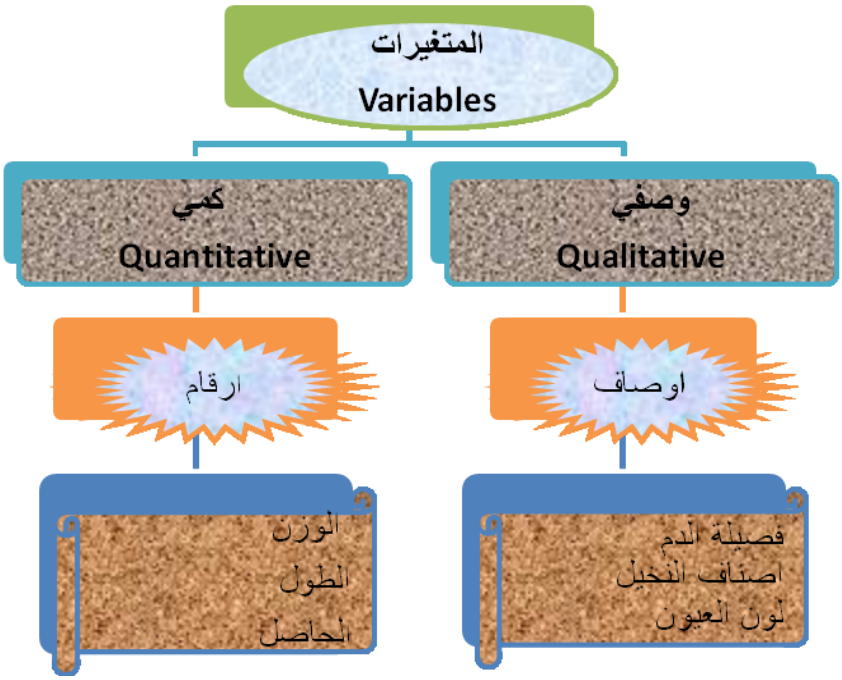
أ – متغير متقطع (غير مستمرة) Discrete Variable

وهو المتغير الذي يأخذ أعداد صحيحة، فمثلا إذا كان x متغير يمثل عدد أفراد الأسرة، فإنه يمكن أن يأخذ القيم ٢، ٣، ٤، ٥ ... ولا يمكن أن يأخذ x القيم 1.5 ، ٣,٢٥ ، ٥,١٧.وكأمثلة اخرى على المتغيرات المتقطعة هي عدد الثمار على النباتات ، عدد الطلبة في المدارس، عدد اشجار النخيل في محافظة ما.

بصورة عامة البيانات المستحصلة من طريقة العد (counting) فهي بيانات لمتغير متقطع او غير مستمر.

ب – متغير متصل (مستمر) Continuous Variable

وهو المتغير الذي لا يمكن أن يأخذ أي قيمة بين قيمتين معنيتين، وكأمثلة عن المتغيرات المتصلة:كمية الحاصل ، الطول، الوزن، الزمن، السرعة ...الخ، فإذا كان x هو متغير الطول فمثلا فإن x يمكن أن تأخذ القيم ١٥متر، ١١,٣ متر، ١٤,٧٥ متر، أي أن المتغير x يمكن أن نأخذ أي قيمة في فترة زمنية معينة. وبصورة عامة البيانات المستحصلة من طريقة القياس(Measurement) تعتبر لمتغير مستمر او متصل.



تعريف المجتمع والعينة

المجتمع من الناحية الاحصائية يمثل جميع الافراد (او العناصر) التي تشترك في صفة متغيرة واحدة او اكثر تميزه تمييزا تاما عن بقية المجتمعات.

تعريف المجتمع (Population)

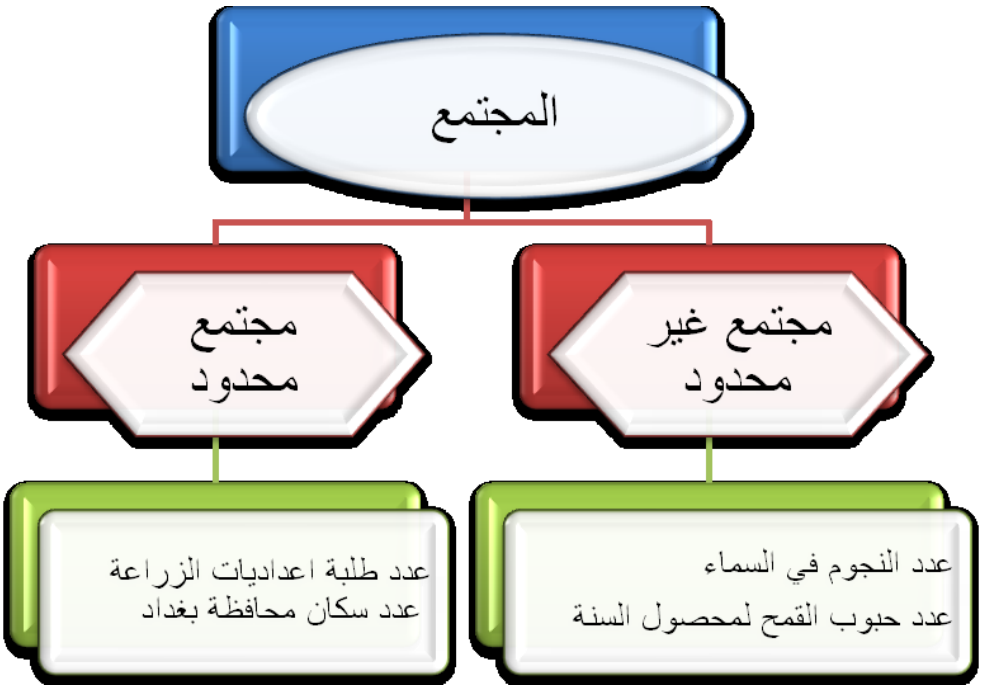
هو جميع القيم لمتغير ما

ويتعلق مفهوم المجتمع بالهدف المحدد للبحث الاحصائي .فمثلا اذا كان هدف البحث حساب عدد النخيل في العراق فعندها يكون المجتمع هو جميع مزارع النخيل في العراق بدون استثناء. وقد تشكل محافظة البصرة مجتمعا احصائيا اذا كان الهدف هو دراسة عدد النخيل في محافظة البصرة. وقد يشكل قضاء ابي الخصيب مجتمعا احصائيا اذا كان الهدف هو دراسة اعداد النخيل في قضاء ابي الخصيب.

وتختلف المجتمعات في احجامها (عدد مفرداتها) فبعضها صغير الحجم وبعضها كبيرة والبعض الاخر غير معروف الحجم .لذا فان المجتمعات تقسم الى:

أ- مجتمع محدود Finite population فاذا كان عدد افراد المجتمع محدود كما هي الحال في عدد اشجار النخيل في مزرعة ما ، او عدد الطلبة في كلية الزراعة. عدد حقول الدواجن في بغداد.

ب- مجتمع غير محدود Infinite Population اذا كان حجم المجتمع كبير جدا ولا يمكن حصره مثلا عددالاسماك في الخليج العربي ، عدد الحشرات على اشجار الحمضيات في محافظة ديالى ، عدد الطيور في الاهوار.

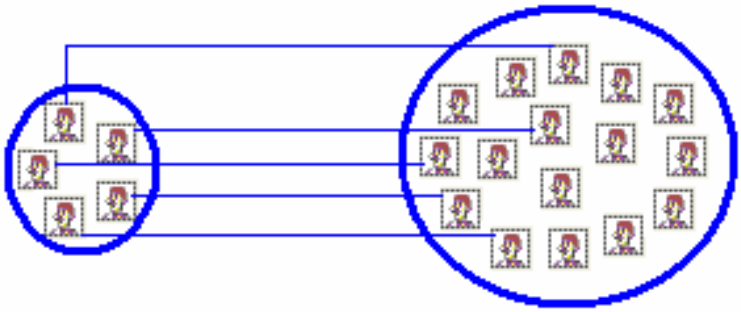


العينة (sample)

في حالة عدم امكانية الحصول على قيم او بيانات عن المجتع لاسباب مادية او فنية ، لذا نلجأ الى اخذ عينة معينة من المجتمع بطريقة ما بحيث تمثله تمثيلا حقيقيا ، لذا تعرف العينة كالاتي:

تعريف العينة (Sample)

هي جزءمن المجتمع مأخوذة منه بطريقة عشوائية وتكون ممثلا له تمثيلا حقيقيا



مجتمع الدراسة عينة الدراسة

شكل٧-٣-١ : الفرق بين المجتمع والعينة

يعتمد اسلوب العينات على معاينة جزء من المجتمع محل الدراسة، يتم اختياره بطريقة علمية سليمة، ودراسته ثم تعميم نتائج العينة على المجتمع ، ويتميز هذا الاسلوب بالآتي:

١ – تقليل الوقت والجهد.

٢ – تقليل التكلفة.

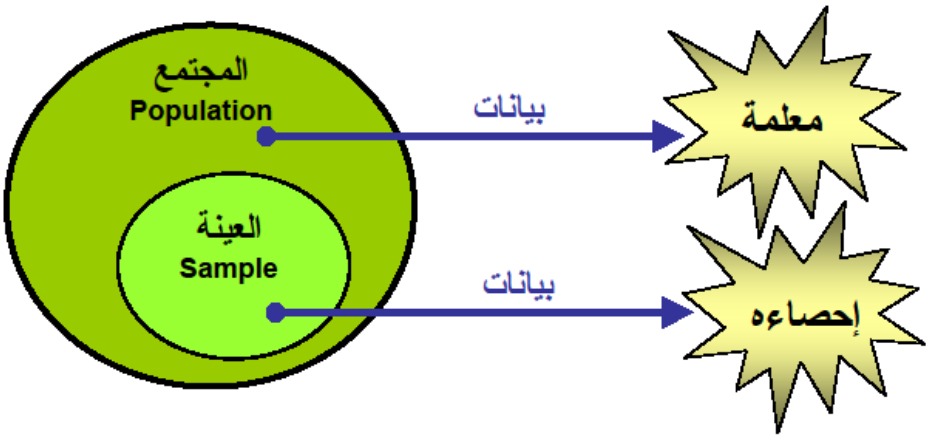
٣- الحصول على بيانات اكثر تفصيلا ، وخاصة اذا جمعت البيانات من خلال استمارة استبيان.

٤ – كما ان اسلوب المعاينة يفضل في بعض الحالات التي يصعب فيها اجراء حصر شامل مثل معاينة دم المريض ، اعداد الاسماك في البحر.

ولكن يعاب على هذا الاسلوب بان النتائج المستحصلة بهذا الاسلوب تكون اقل دقة من نتائج اسلوب الحصرالشامل وخاصة اذا كانت العينة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيدا.

الثوابت (اوالمعالم) والاحصاءات (Parameters and Statistics)

يطلق على المقاييس التي تحسب من المجتمع نفسه (اي من جميع القيم) مصطلح الثوابت او المعالم ، اما المقاييس المناظرة المحسوبة من العينة فتسمى الاحصاءات او التقديرات لانها لا تمثل سوى تقديرات لمعالم المجتمع الذي اخذت منه العينة. وتجدر الاشارة الى ان معالم المجتمع محددة القيم (ثابتة) بينما الاحصاءات المناظرة تتغير بتغير العينة.



الرموز الاحصائية Statistical Notation

نظرا لاستخدام كافة المراجع العلمية العالمية الرموز والمعادلات الرياضية اللاتينية وذلك لكونها رموزا عالمية متفق عليها من جهة ولعدم وجود اتفاق تام بالوقت الحاضر على تعريبها من جهة اخرى ، لذا سوف نستخدم تلك الرموز وذلك لسهولة الاستفادة من المراجع الاجنبية والعلمية الاخرى.

يرمز للمتغير الرمز x او y او z ولكل قيمة له بالرمز x_i او y_i او z_i

ويمثل الرمز i رقم المفردة للمتغير.

فلو كانت اطوال اربعة اشجار نخيل هي ٦ ٤ ٣ ٥ متر فان

$$x_i = 6, 4, 3, 5$$

اي ان x1 = 6 القيمة الاولى للمتغير x

x2 = 4 القيمة الثانية للمتغير x

x3 = 3 القيمة الثالثة للمتغير x

x4 = 5 القيمة الرابعة للمتغير x

ويرمز لمجموع قيم المتغير بالرمز

$$\sum_{i=1}^{n} X_i$$

الرمز ∑ هو حرف اغريقي يسمى Sigma ويعني مجموع والرقمان i و n هما حدا المجموع وعليه فالرمز

$$\sum_{i=1}^{n} X_i$$

يقرأ مجموع قيم x من المشاهدة الاولى وحتى الاخيرة

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$$

اما الرمز $\sum_{i=3}^{5} X_i = X_3 + X_4 + X_5$

فيقرأ مجموع قيم x الثالثة والرابعة والخامسة

اما الرمز $\sum_{i=1}^{n} X_i^2$

فيعني مجموع مربعات قيم x من المشاهدة الاولى الى الاخير

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + ... + X_n^2$$

ملاحظة :

في حالة عدم ذكرحدي المجموع (i و n) فتعني اخذ جميع القيم من ١ الى n

والرمز $(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2$ يعني مربع مجموع المشاهدات

$$(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2 = (X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n)^2$$

ويرمز لحاصل ضرب مجموعين لقيم متغيرين بالرمز

$$(\sum X_i)(\sum Y_i)$$

$$(\sum X_i)(\sum Y_i) = (X_1 + X_2 + ... + X_n)(Y_1 + Y_2 + ... + Y_n)$$

مثال (١) : اذا كانت قيم المتغير x كالاتي xi = 6 2 3 5 4

وقيم المتغير y كالاتي yi = 1 3 7 8 6

اوجد (أ) $\sum x_i$ (ب) $\sum_{2}^{4} y_i$ (ج) $\sum x_i^2$ (د) $(\sum y_i)^2$

(هـ) $(\sum x_i)(\sum y_i)$ (و) $\sum x_i y_i$

الحل

(أ) $\sum x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

$= ٦ + 2 + 3 + 5 + 4$

$= 20$

(ب) $\sum_{2}^{4} y_i = y_2 + y_3 + y_4$

$= ٣ + ٧ + ٨$

$= ١٨$

(ج) $\sum x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$

$= 6^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 4^2$

$= 36 + 4 + 9 + 25 + 16$

$$= 90$$

(د) $(\sum y_i)^2 = (y1 + y2 + y3 + y4 + y5)^2$

$$= (1 + 3 + 7 + 8 + 6)^2$$

$$= (25)^2$$

$$= 625$$

(هـ) $(\sum xi)(\sum yi)$ تعني حاصل ضرب مجموع x في مجموع y

$$(\sum xi)(\sum yi) = (x_1+x_2+x_3+x_4+x_5) (y_1+y_2+y_3+y_4+y_5)$$

$$= (6+2+3+5+4)(1+3+7+8+6)$$

$$= (20) (25)$$

$$= 500$$

(و) $\sum xi\ yi$ تعني مجموع حاصل ضرب قيم x في قيم y المناظرة

$$\sum xi\ yi = x1y1+x2y2+x3y3+x4y4+x5y5$$

$$= (6x1)+(2x3)+(3x7)+(5x8)+(4x6)$$

$$= 6 + 6 + 21 + 40 + 24$$

$$= 97$$

مثال (٢) اذا علمت بان قيم المتغيرين x و y هما كالآتي:

$$x = 5\ 3\ 6\ 2$$

$$y = 4\ 7\ 9\ 5$$

اوجد (أ) $\sum xi - 5$ (ب) $\sum (yi - 2)$ (ج) $\sum (xi + yi)$

(د) $\sum(xi-1)(yi-2)$

الحل :

(أ) $\sum xi -5 = (x1+x2+x3+x4) - 5$

$= (5 + 3 + 6 + 2) - 5$

$= (16) - 5$

$= 11$

(ب) $\sum (yi – 2) = (y1-2) + (y2-2) + (y3-2) + (y4-2)$

$= (4 - 2) + (7-2) + (9-2) + (5 -2)$

$= 2 + 5 + 7 + 3$

$= 17$

(ج) $\sum (xi +yi) = (x1+y1)+(x2+y2)+(x3+y3)+(x4+y4)$

$= (5+4) + (3+7) + (6+9) +(2+5)$

$= 9 + 10 + 15 + 7$

$= 41$

(د) $\sum(xi-1)(yi-2) =$

$(x1-1)(y1-2)+ (x2-1)(y2-2)+(x3-1)(y3-2)+(x4-1)(y4-2)$

$=(5-1)(4-2)+(3-1)(7-2)+(6-1)(9-2)+ (2-1)(5-2)$

$= 8 + 10 + 35 + 3$

$= 56$

معاني الرموز الاحصائية المستخدمة

الرمز	المعنى	الرمز	المعنى
x او y او z	اسم المتغير	S^2	التباين للعينة
$>$	اكبر من	σ^2	التباين للمجتمع
$\geq$	اكبر من او يساوي	c.v	معامل الاختلاف
$<$	اصغر من	nPr	تباديل r من n
$\leq$	اصغر من او يساوي	nCr	توافيق r من n
$\neq$	لا يساوي	α	مستوى المعنوية
$\sum$	مجموع	b	معامل الانحدار للعينة
$\lvert \ \rvert$	قيمة مطلقة	β	معامل الانحدار للمجتمع
fi	التكرار	r	معامل الارتباط للعينة
n!	مضروب n		
$\bar{X}$	الوسط الحسابي للعينة		
μ	الوسط الحسابي للمجتمع		
S	الانحراف المعياري للعينة		
σ	الانحراف المعياري للمجتمع		

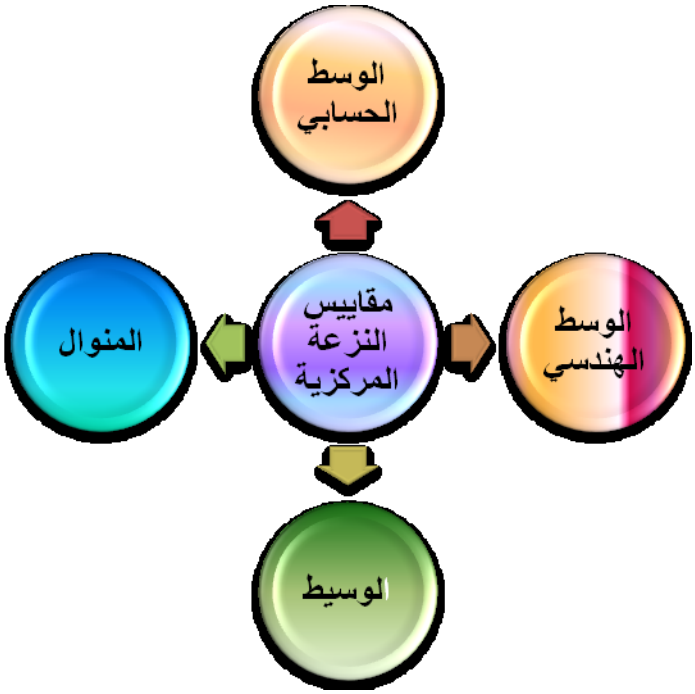
المقاييس الاحصائية

ان عرض البيانات بطريقتي الجداول اوالاشكا ل البيانية هو اجراء مفيد وفعال في تسهيل ادراك الصورة التي تعكسها البيانات. الا ان هناك طرق اخرى لعرض وتلخيص البيانات والتي تأخذ بنظر الاعتبار خصوصية تلك البيانات بما في ذلك تركيزها حول قيمة معينة ومدى تشتتها عن بعضها البعض. وفي كثير من النواحي التطبيقية يكون الباحث في حاجة إلى حساب بعض المؤشرات التي يمكن الاعتماد عليها في وصف الظاهرة من حيث القيمة التي تتوسط القيم أو تتركز حولها القيم ، ومن حيث التعرف على مدى تجانس القيم التي يأخذها المتغير، وأيضا ما إذا كان هناك قيم شاذة أم لا . والاعتماد على العرض البياني وحدة لا يكفى ، ولذا يتناول هذا الفصل، والذي يليه عرض بعض المقاييس الإحصائية التي يمكن من خلالها التعرف على خصائص الظاهرة محل البحث، وكذلك إمكانية مقارنة ظاهرتين أو أكثر ، ومن أهم هذه المقاييس:

- مقاييس النزعة المركزية (مقاييس التمركز او التوسط)
- مقاييس التشتت

مقاييس النزعة المركزية Measure of Central Tendency

عند التمعن في الظواهر التي حولنا والقيم التي تأخذها نلاحظ ان يحدث في اغلب التوزيعات التكرارية ان تتراكم اوتتمركز القيم عند نقطة متوسطة ، وهو ما يعرف بظاهرة النزعة المركزية ، اي نزعة القيم المختلفة الى التمركز عند القيمة النموذجية او الممثلة لمجموعة القيم في التوزيع،ونظرا لأن مثل هذه القيمة تميل الى الوقوع في المركز داخل مجموعة البيانات لذا تسمى هذه القيمة بالقيمة المتوسطة اوالنزعة المركزية ، آخذين في الاعتبار انه يوجد عدة اسس لتحديد القيمة المتوسطة. وبالتالي فهناك عدة صور لهذه القيمة اهمها واكثرها شيو هي الوسط الحسابي ، والوسيط ، والمنوال ، والوسط الهندسي ولكل منهذه المقاييس مزاياه وعيوبه ، واختيار اي من هذه الطرق يعتمد على البيانات وعلى الهدف من دراستها.



الوسط الحسابي Arithmetic Mean

وهو اكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعا واستعمالاً، ويطلق عليه احيانا بالمعدل الحسابي او الوسط الحسابي ويرمز لهذا المقياس برمزين مختلفين هما:

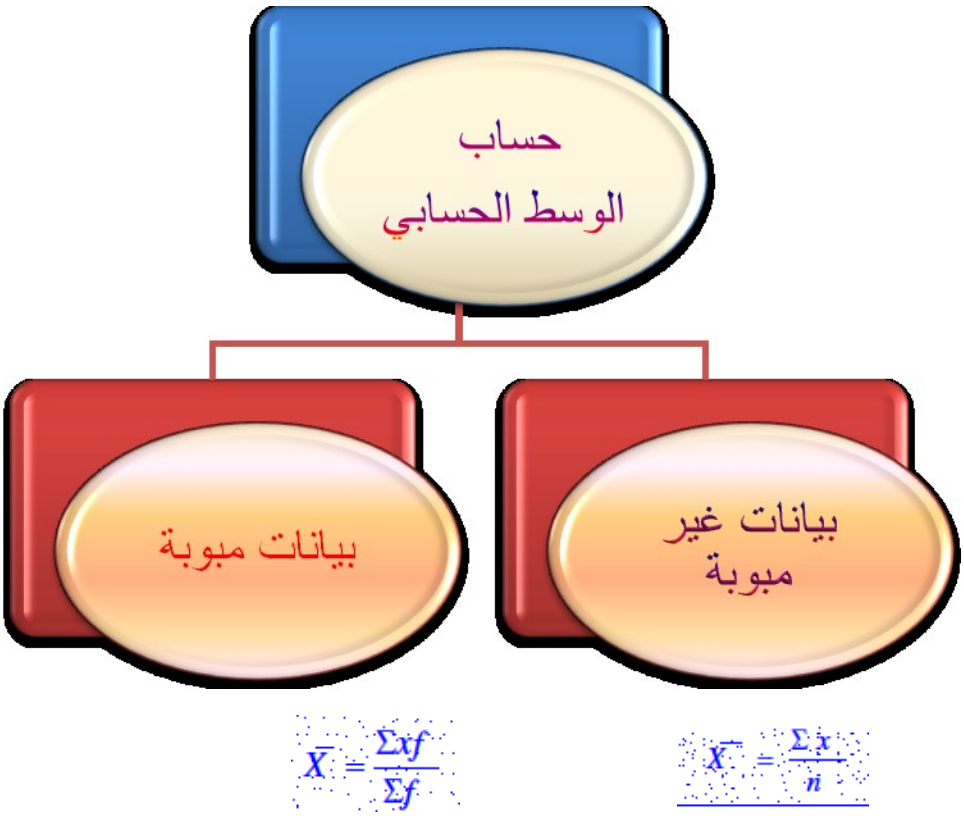
أ- الرمز (μ) ليمثل المتوسط الحسابي للمجتمع
ب- الرمز ($\overline{X}$) ليمثل المتوسط الحسابي للعينة

وتجدر الاشارة الى ان μ هي اقيمة ثابتة لا تتغير ، ولهذا فأنه تعتبر من بين معالم او ثوابت (Parameter) المجتمع . اما $\overline{X}$ فانها تتغير من عينة لاخرى اعتمادا على العناصر التي تشملها كل عينة ولهذا فانها تعتبر من الاحصاءات (Statistics).

يعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم

مجموع قيم المفردات مقسوما على عددها

طرق حساب الوسط الحسابي



(أ)- الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة

اذا كان لدينا n من القيم او المشاهدات x_n ,..... , x_2 , x_1 فان الوسط الحسابي لها هو

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع البيانات}}{\text{عدد البيانات}}$$

(١

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال: اوجد الوسط الحسابي للبيانات التالية

٤ ، ١٢ ، ١ ، ٢ ، ٥ ، ٤ ، ١٠ ، ١٤ ، ١ ، ٢٣

عدد البيانات = n = ١٠

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{4+12+1+2+5+4+10+14+1+23}{10}$$

$$\bar{X} = \frac{76}{10} = 7.6$$

مثال: البيانات التالية تمثل كمية الامطار الساقطة سنويا (بالمليمترات) على محافظة نينوى خلال فترة سبع سنوات ، فما هو متوسط سقوط الامطار خلال تلك الفترة؟

البيانات: ٤٢٠ ٢٤٠ ٥١٠ ١٨٠ ٢٧٠ ٢٩٠ ٥٤٠

الحل

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{420 + 240 + 510 + 180 + 270 + 290 + 540}{7} = 350$$

مثال. البيانات ادناه تمثل الدرجات النهائية لاحد الطلبة في ستة مواد دراسية، احسب المتوسط الحسابي لدرجاته؟

٨٥ ٦٥ ٧٢ ٩٠ ٧٠ ٦٨

الحل:

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{85 + 65 + 72 + 90 + 70 + 68}{6} = 75$$

الوسيط Median

تبين لنا عند دراستنا للمتوسط الحسابي أن هذا المتوسط يعطي نتيجة صحيحة ومنطقية عندما تكون البيانات التي حسب منها متجانسة ومتقاربة، أما إذا كانت تحتوي على قيم متطرفة في الصغر أو الكبر فإن النتيجة التي يعطيها تكون غير واقعية، في مثل هذه الحالات فقد وجد متوسط آخر سمي بالوسيط الذي هو أكثر واقعية ودلالة وصحة للحصول على فكرة عامة عن حالة البيانات التي بها قيم متطرفة.

الوسيط Median

هو القيمة التي تقع في الوسط ، وذلك بعد ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا او بمعنى اخر هي القيمة التي تقسم مفردات العينة بعد ترتيبها تنازليا او تصاعديا الى قسمين متساويين ، بحيث تكون عدد المفردات الاصغر منها في القيمة مساويا لعدد المفردات الاكبر منها في القيمة.

طريقة حساب الوسيط

الحالةالاولى: اذا كان عدد البيانات فرديا تكون هناك قيمة واحدة فقط في الوسط وتكون هي قيمة الوسيط.

الحالة الثانية: اذا كان عدد البيانات زوجيا فتكون هناك قيمتان في الوسط ، وتكون قيمة الوسيط هي متوسط القيمتين

مثال : اوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية :

٨	٢	١٠	٥	١	٧	٩

لايجاد قيمة الوسيط : يجب ترتيب البيانات تصاعديا اوتنازليا

بما ان عدد المفردات اوالقيم عدد فردي (٧) فهناك قيمة واحدة في الوسط وهي ٧ وهي التي تمثل قيمة الوسيط.

الطريقة الثانية

هي استخراج مرتبة الوسيط في حالة اذا كان عدد القيم فرديا ، تساوي

$$\frac{n + 1}{2}$$

n = عدد القيم او المفردات = ٧

لذا فان مرتبة الوسيط للبيانات اعلاه هي = $\frac{7+1}{2}$ = ٤

وفي المرتبة الرابعة بعد الترتيب التصاعدي هو الرقم ٧

اذن قيمة الوسيط تساوي ٧ ، لان هناك ثلاث قيم اقل من ٧ وثلاث قيم اكبر من ٧

مثال ٤-٢-٢ اوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية:

١٢	٣	٢٠	١٤	٥	٢	١٨	٣	٩	١٨

لايجاد قيمة الوسيط : : يجب ترتيب البيانات تصاعديا اوتنازليا

٢	٣	٣	٥	٩	١٢	١٤	١٨	١٨	٢٠

ولاستخراج **قيمة** الوسيط في حالة اذا كان عدد القيم اوالمفردات زوجيا ، تساوي متوسط قيمتي المشاهدتين اللتين تقعان في المنتصف وهي ٩ و ١٢ ومتوسطهما ١٠,٥

والطريقة الثانية

هي بايجاد مرتبتي الوسيط في حالة كون عدد البيانات عدد زوجي

$$\frac{n}{2} \qquad \frac{n}{2}+1$$

و

n = عدد القيم او المفردات = ١٠

لذا فان مرتبة الوسيط للبيانات اعلاه هي

١- المرتبة الاولى للوسيط = $\frac{n}{2} = \frac{10}{2} =$ ٥

٢- المرتبة الثانية للوسيط = $\frac{n}{2}+1 = \frac{10}{2}+1 =$ ٦

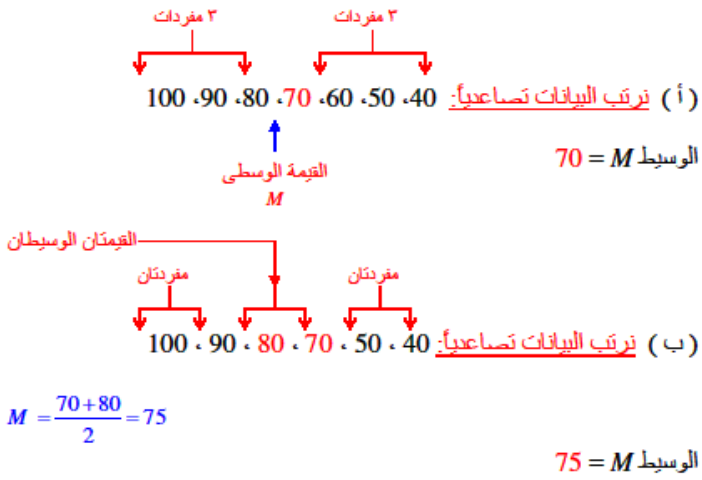
وفي المرتبة الخامسة الرقم ٩ بعد الترتيب التصاعدي ، وفي المرتبة السادسة الرقم ١٢

اذن قيمة الوسيط = $\frac{9+12}{2}$

$= 10.5$

مثال ٤-٢-٣. اوجد قيمة الوسيط للمجموعتين أ و ب ادناه:

(أ) 50 ، 60 ، 80 ، 70 ، 40 ، 100 ، 90
(ب) 40 ، 50 ، 60 ، 70 ، 100 ، 80



المنوال Mode

يعرف المنوال بانه

القيمة الاكثر شيوعا اوتكرارا في البيانات

يمثل المنوال القيمة الآكثر تكرارا ، وفي القيم المنفصلة عن بعضها يسهل معرفته من التكرار ، (٢ ، ٣ ، ٤ ، **(٥ ، ٥)** ، ٦ ، ٧ ، ٨) ، وعندما تكون القيم مجدولة فان الفئة الاكثر تكرارا هي فئة المنوال . وعند اسقاط تكرار القيم على الورق البياني ، فان قمة المنحنى ، او العمود الأطول هو المنوال. والمنوال قد يكون مجموعة خالية (اي لايوجد منوال في البيانات لعدم وجود تكرار فيها) او وحيد القيمة (اي هناك منوال واحد للبيانات) كما قد يكون هناك أكثر من منوال في البيانات.ويمكن ايجاد قيمة المنوال للبيانات الوصفية والكمية.

مثال.

البيانات التالية تمثل التقديرات التي تحصل عليها ١٠ طلاب في مادة الرياضيات.

المطلوب: إيجاد المنوال

ممتاز، جيد، جيد جدا، جيد، متوسط،، فوق المتوسط، جيد، ضعيف، جيد جدا، جيد.

الحل: المنوال هو جيد (لانه الاكثر تكرارا)

مثال ٤-٣-٢

اختيرت عينات عشوائية من طلاب بعض أقسام كلية الزراعة ، وتم رصد درجات هؤلاء الطلاب في مادة إلاحصاء ، وكانت النتائج كالتالي:

قسم التربة	٨٠	٧٧	٧٥	٧٧	٧٧	٦٥	٧٠	٥٨	٦٧	٩٠
قسم المحاصيل	٥٣	٨٧	٦٧	٧٥	٥٥	٨١	٤٥	٨٨	٦٠	٧٠
قسم البستنة	٨٠	٨٦	٦٥	٧٦	٨٨	٦٥	٨٠	٦٩	٦٥	٨٠
قسم الثروة الحيوانية	٨٥	٧٢	٧٣	٦٩	٦٩	٧٣	٨٥	٦٩	٧٣	٨٥

المطلوب احسب المنوال للدرجات في كل قسم من الاقسام

الحل: المنوال هوالقيمة الاكثر تكرارا

القسم	**القيمة الاكثر تكرارا**	**قيمة المنوال**
قسم التربة	**الدرجة ٧٧ تكررت ٣ مرات**	٧٧
قسم المحاصيل	**لا توجد درجة مكررة**	لا يوجد منوال
قسم البستنة	**الدرجة ٦٥ تكررت ٣ مرات** **الدرجة ٨٠ تكررت ٣ مرات**	المنوال الاول ٦٥ المنوال الثاني ٨٠
قسم الثروة الحيوانية	**الدرجة ٦٩ تكررت ٣ مرات** **الدرجة ٧٣ تكررت ٣ مرات** **الدرجة ٨٥ تكررت ٣ مرات**	**المنوال الاول ٦٩** **المنوال الثاني ٧٣** **المنوال الثالث ٨٥**

خواص المنوال

١- لا يتأثر بالقيم او البيانات المتطرفة
٢- يمكن استخدامه في البيانات الوصفية

عيوب المنوال

غير دقيق وممكن وجود اكثر من منوال في البيانات

الوسط الهندسي Geometric Mean

في الحالات التي تكون فيها قيم الظاهرة المدروسة عبارة عن نسب أو معدلات، أي في الحالات التي نرغب فيها بدراسة معدل تغيرات ظاهرة ما فإن المتوسط الحسابي لن يصف هذه الظاهرة الوصف السليم، ولن يعطي أي فكرة صحيحة عن مثل هذه الظاهرة ولهذا دعت الضرورة إلى إيجاد متوسط آخر يصلح لوصف مثل هذه الظواهر سمي هذا المتوسط بالمتوسط الهندسي.

والمتوسط الهندسي واسع الاستخدام في الحياة الاقتصادية لأن التركيز يكون غالبا منصبا على إيجاد متوسط نسب التغير لبعض الظواهر مثل: تطور الدخول، زيادة الأجور، والنمو السكاني ... إلخ.

تعريف الوسط الهندسي Geometric Mean

إذا كانت لدينا القيم $x_1, x_2, x_3, x_4, ...x_n$ فإن متوسطها الهندسي يساوي الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم في بعضها البعض.

$$G = \sqrt[n]{x_1 . x_2 x_3 .....x_n}$$

وتجدر الاشارة الى ان المتوسط الهندسي لمجموعة من القيم يكون دائما اقل من المتوسط الحسابي ، كما ان المعادلة اعلاه لا تسمح بحساب المتوسط الهندسي اذا كانت احدى القيم تساوي صفر وكذلك بالنسبة لوجود عدد فردي من القيم السالبة.

في حالة كون البيانات كبيرة فإنه يفضل استخدام طريقة اللوغاريتم ويكون ذلك كالتالي:

$$G = \sqrt[n]{X1 . X2 . X3.....Xn}$$

$$LogG = \frac{1}{N}[\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + ... + \log x_4]$$

$$\log G = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} \log x_1$$

وهذا يعني ان لوغاريتم المتوسط الهندسي ما هو الا المتوسط الحسابي للوغاريتمات القيم.

مثال

ما هو معدل سرعة احدى سيارات السباق اذا علمنا ان قياس السرعة قد سجل الارقام التالية على اساس كم / ساعة:

١٦٠ ، ١٧٠ ، ١٨٠ ، ١٩٠

الحل:

$$G = \sqrt[4]{160 \times 170 \times 180 \times 190}$$

وباستخدام اللوغاريتمات

$$\log G = (1/4) \times [\log 160 + \log 170 + \log 180 + \log 190]$$

$$\log G = (1/4) \times [2.2041 + 2.2305 + 2.2553 + 2.2788]$$

$$\log G = 8.9687 / 4$$

$$\log G = 2.2422$$

وباستعمال الجداول المقابلة للوغاريتمات

$$G = 147.7$$

اي المتوسط الهندسي للسرعة هو ١٤٧,٧ كم / ساعة

مثال

اوجد الوسط الهندسي للقيم التالية

٣ ، ٥ ، ٨ ، ٣ ، ٧ ، ٢

الحل:

$$G = \sqrt[n]{X1 \cdot X2 \cdot X3 \ldots\ldots Xn}$$

$$G = \sqrt[6]{3 \times 5 \times 8 \times 3 \times 7 \times 2}$$

وباستخدام اللوغاريتمات

$$\log G = (1/6)\,[\log 3 + \log 5 + \log 8 + \log 3 + \log 7 + \log 2]$$

$$\log G = (1/6)\,[\,0.4771 + 0.6990 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 0.3010]$$

$$\log G = 3.7024 / 6$$

$$\log G = 0.6171$$

وباستعمال الجداول المقابلة للوغاريتمات

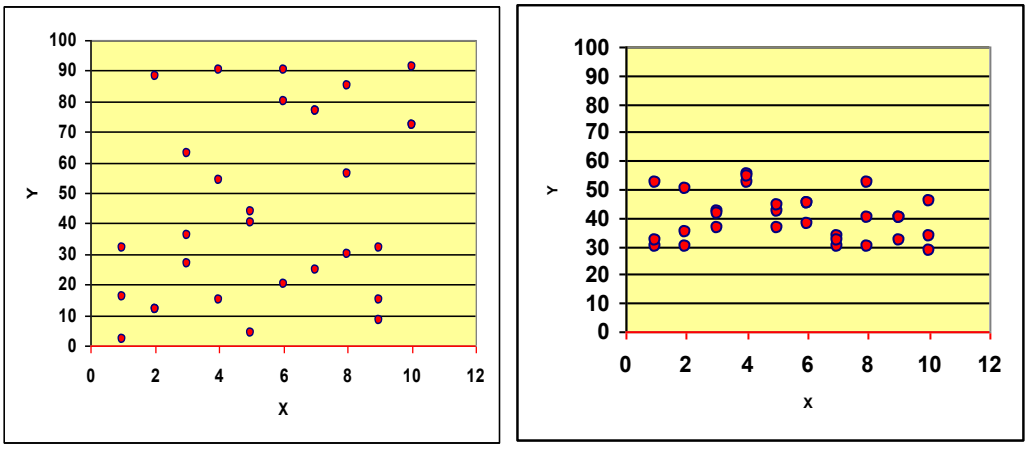
$$G = 4.14$$

اي ان الوسط الهندسي للقيم اعلاه تساوي ٤,١٤

مقاييس التشتت او الاختلاف

المقدمة

تشتت بيانات ظاهرة ما يقصد به درجة أو مقدار التفاوت أو الاختلاف بين مفردات هذه الظاهرة، وتعتبر بيانات الظاهرة متجانسة عندما تكون قيمتها قريبة من بعضها البعض ونقول في هذه الحالة أنها غير مشتتة. أما إذا كانت بيانات الظاهرة متباعدة وغير متجانسة فنقول أن مفردات الظاهرة مشتتة وغير مركزة. ومقاييس التشتت هي مقاييس لمدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها. وعلى ذلك يمكننا ان نتخذ مقدار التشت كدليل على تجمع القيم وقربها من بعضها او على تفرقها وتباعدها عن بعضها ، وهكذا يكون لدينا مقياس لمقدار تجانس المجموعات الاحصائية او عدم تجانسها.ويمكن ملاحظة الشكل ٥-١ والاستدلال عن الفرق بين المجموعات الاحصائية في مدى تجانسها.



(ب) (أ)

الشكل ٥-١. درجة تشتت البيانات الاحصائية

تشتت (ب) > تشتت (أ)

وكما تعرفنا في الفصل السابق على مقاييس النزعة المركزية والتي اعطتنا فكرة اولية عن التوزيع التوزيع التكراري فمن الواضح ان وصف التوزيع التكراري باحد تلك المقاييس يعطينا فكرة ناقصة عن حقيقة المجموعة التي يمثلها التوزيع ، كما ان المقارنة بين المجموعات بذ على متوسطاتها فقط تكون ناقصة ، كذلك ان لم تكن مضللة فه . فقد يحدث ان يتساوى متوسطا مجموعتين ومع ذلك تكون مفرداتها مختلفة كل الاختلاف ، فربما تكون مفردات المجموعة الاولى قريبة في القيمة من متوسطها اي مركزه حوله بينما تكون مفرداتة المجموعة الثانية بعيدة في القيمة وتختلف كثيرا

عن متوسطها فيكون بعضها اكبر منه بكثير والاخر اقل منه بكثير. وكما يتضح من مقارنة المجموعتين التاليتين:

امجموعة الاولى	١٢	١٠	٨	١٣	٩	١١	٧
المجموعة الثانية	١٥	٤	٣١	٢	٧	٨	٣

فالوسط الحسابي لكلا المجموعتين يساوي ١٠ ولكن المجموعة الاولى تبدو اكثر تجاذ . من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلى استخدام مقاييس أخرى لقياس مدى تجانس البيانات، أو مدى انتشار البيانات حول مقياس النزعة المركزية، ويمكن استخدامها في المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات، وسميت بمقاييس التشتت او الاختلاف. وهناك عدة مقاييس لتشتت اهمها :

او – التشتت المطلق

اي التي تكون وحداتها نفس وحدات القيم الاصلية واهمها:

١- المدى Range

٢ – متوسط الانحراف Mean Deviation

٣- الانحراف المعياري Standard Deviation

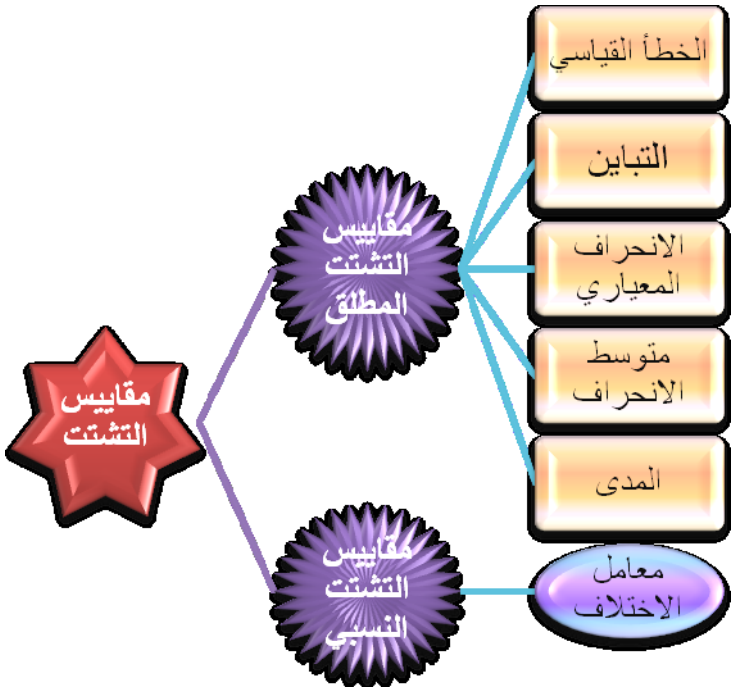
٤- التباين Variance

٥- الخطأ المعياري Standard Error

ثا -التشتت النسبي

ان مقياس التشتت النسبي له اهميته عند مقارنة تشتت مجموعتين او اكثر تختلف في وحدات القياس لقيمها. لان مقياس التشتت النسبي تكون خالية من وحدات القياس ، واهم مقياس للتشتت النسبي هو:

- معامل الاختلاف Coefficient of Variation



مقاييس التشتت المطلق

المدى Range

تعريف المدى

هو الفرق بين اعلى قيمة واقل قيمة في تلك المجموعة

ويرمز له R

يتميز هذا المقياس بسهولة حسابه واعطائه فكرة سريعة ومبسطة عن درجة تشتت قيم المجموعة. الا ان نقطة ضعفه انه يهمل جميع قيم المجموعة فيما عدا القيمتين العليا والدنيا وكثير التأثر بالقيم المتطرفة. ونتيجة لنقطة الضعف هذه فانه يعجز عن تمييز درجات تشتت المجموعات بشكل حازم بدليل ان قيمة المدى لمجموعة القيم

٨	٢٥	٢٣	٢٠	٢٣	٢١

تساوي ١٧ ومساوية لقيمة المدى لمجموعة القيم

١٣	٢٣	٣٠	١٦	٢٠	١٨

رغم الاختلاف الواضح في درجتي تشتت المجموعتين . لهذا السبب فان هذا المقياس محدود الاستخدام مقارنة بالمقاييس التي تأخذ بنظر الاعتبار جميع القيم وتقيس تشتتها عن قيمة معينة كاساس لقياس التشتت والتي عادة ما تكون المتوسط الحسابي.

مثال

تم زراعة 9 وحدات تجريبية بمحصول القمح ، وتم تسميدها بنوع معين من الأسمدة الفسفورية، وفيما يلي بيانات كمية الإنتاج من القمح بالطن /هكتار

4.8	6.21	5.4	5.18	5.29	5.18	5.08	4.63	5.03

والمطلوب حساب المدى.

الحل : $R = X_{max} - X_{min}$

$R = 6.21 - 4.63 = 1.58$

اي ان المدى للحاصل يساوي 1.58 طن / هكتار

مثال

الجدول التالي يمثل مراقبة التقلبات السعرية لقيم اسهم شركتين (A و B) بالدينار، اوجد قيمة المدى لسعري السهمين في الشركتين

الشركة A	٣٨	٣٢	٢٤	٣٥	٣٠	٤٠
الشركة B	٥٠	٤٨	٤٩	٤٥	٤٧	٣٤

الحل:

المدى للشركة A	$R = 40 - 24 = 16$
المدى للشركة B	$R = 50 - 34 = 16$

وهذا يعني ان المدى للتغير في اسعار اسهم الشركتين متساوي

الانحراف المتوسط Mean Deviation

تعريف الانحراف المتوسط

اذا كانت لدينا n من المشاهدات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ فان الانحراف المتوسط لها هو متوسط الانحرافات المطلقة (اي اهمال الاشارة) عن وسطها الحسابي ويرمزله

M.D

$$M.D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

لأن مقاييس التشتت هي مقاييس لقوة تجمع البيانات حول بعضها، وحيث أن التجمع يكون حول القيم المتوسطة، فإنه إذا كان مقدار الاختلاف بين القيم ومتوسطها كبيرا دل ذلك على أن التشتت كبير والعكس صحيح. وحيث أن مجموع الاختلافات (الانحرافات) عن المتوسط يساوي صفرا ، فإنه لو حسبنا القيم المطلقة لمقدار الاختلاف عن المتوسط يكون متوسط هذه الاختلافات مقياسا مناسبا لمقدار التشتت، يسمى هذا المقياس بالانحراف المتوسط.

ويمتاز هذا المقياس بانه يأخذ جميع القيم وسهل الحساب ولكن يعاب عليه بانه يتأثر بالقيم المتطرفة.

مثال

اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية

٢	٨	٥	٦	٤

الحل: الخطوة الاولى استخراج الوسط الحسابي

الخطوة الثانية ايجاد انحراف كل قيمة عن الوسط الحسابي (مع اهمال الاشارة)

المتوسط الحسابي $= \frac{25}{5} = ٥$

x_i	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$
٢	٣
٨	٣
٥	٠
٦	١
٤	١
المجموع	٨

$$M.D = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

الانحراف المتوسط $= \frac{8}{5} = 1.6$

مثال

جد قيمة الانحراف المتوسط للبيانات التالية التي تمثل اوزان عشرة من اللهانة (كغم).

2.8	2.3	1.7	2.0	1.2	2.5	2.0	1.8	2.2	1.5

الحل:

المتوسط الحسابي = $\frac{20}{10}$ = ٢

القيم	**1.5**	**2.2**	**1.8**	**2.0**	**2.5**	**1.2**	**2.0**	**1.7**	**2.3**	**2.8**
المتوسط الحسابي	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢
الانحراف المتوسط	**0.5**	**0.2**	**0.2**	٠	**0.5**	**0.8**	٠	**0.3**	**0.3**	**0.8**

$$M.D = \frac{\sum|X_i - \bar{X}|}{n}$$

الانحراف المتوسط = $\frac{0.5 +0.2 +0.2 +0 +0.5 +0.8 +0 +0.3 +0.3+0.8}{١٠}$

الانحراف المتوسط = $\frac{36}{10}$ = 3.6

التباين Variance

للتغلب على مشكلة الاشارات عند جمع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي والتي تؤدي دائما لان يكون مجموع انحرافات اي عينة عن وسطها حسابي يساوي صفر. وبدلا من اخذ القيم المطلقة للانحرافات اي بدون اشارات فاننا نستطيع ان نتغلب على ذلك بطريقة اخرى وهي بتربيع قيم الانحرافات وبذلك تصبح جميعها موجبة. اي نحصل على مجموع مربعات الانحرافات والتي نرمز لها (SS) Sum of Square وعلى ذلك فان

$$SS = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

ولكي نأخذ بنظر الاعتبار حجم العينة حتى يمكن مقارنة العينات المختلفة الاحجام فاننا نقسم مجموع مربعات الانحرافات على n في حالة حساب التباين للمجتمع وعلى n-1 في حالة حساب التباين للعينة ويسمى (n-1) بدرجات الحرية. ويرمز لتباين المجتمع بالرمز (σ^2) ولتباين العينة بالرمز (S^2)

تعريف التباين

هو متوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي

ويحسب تباين المجتمع بالطريقة التالي

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}$$

حيث ان μ الوسط الحسابي للمجتمع

N عدد مفردات المجتمع

ويحسب تباين العينة بالطريقة التالية

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}$$

ونظ لاننا عند حساب التباين قمنا بتربيع الانحرافات فان قيمة التباين تكون مقاسة بمربع الوحدات المستخدمة في قياس المشاهدات. فاذا كانت المشاهدات مقاسة بالسنتمتر فان التباين يكون بالسنتمتر المربع . ولا توجد مشكلة في ذلك ، ولكن المشكلة عندما تكون وحدات المشاهدات كالاوزان بالكغم او عدد الاطفال في الاسر او عدد الموظفين في شركة ما، فالتباين عنده يقاس بالكغم المربع اوالطفل المربع او الموظف المربع وهذه كلها غير ذات معنى.

والحل لتلك المشكلة هي ارجاع الوحدات الى اصلها وذلك باخذ الجذر التربيعي للتباين لنحصل على ما يسمى بالانحراف المعياري (S) والذي سوف يكون مقا بالوحدات الاصلية.

مثال

اخذت عينة مؤلفة من ٦ نباتات بطاطا وحسبت عددالثمار بالنبات الواحد وكانت كما يلي:

٨	١٠	٧	٨	٤	٥

احسب تباين عدد الثمار بالنبات.

الخطوة الاولى : حساب الوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{42}{6} = 7$$

الخطوة الثانية :

عدد الثمار	٨	١٠	٧	٨	٤	٥
$(xi - \overline{X})$	1	3	0	1	-3	-2
$(xi - \overline{X})^2$	1	9	0	1	9	٤

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{1+9+0+1+9+4}{6-1}$$

$$S^2 = \frac{24}{5} = 4.8$$

الطريقة الثانية

$$S^2 = \frac{\Sigma x_i^{\,2} - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}$$

x_i	x_i^2
٨	٦٤
١٠	١٠٠
٧	٤٩
٨	٦٤
٤	١٦
٥	٢٥
Σx_i = ٤٢	Σx_i^2 =3 18

$$S^2 = \frac{318 - \frac{42^2}{6}}{5} = \frac{318 - 294}{5} = \frac{24}{5}$$

$$\mathbf{S^2 = 4.8}$$

مثال

اخذت عينة مؤلفة من ١٠ اشجار من العنب وحسب كمية الحاصل لكل شجرة بالكيلو غرام وكما يلي

١٠	٨	٦	١٢	١٥	١٠	١٤	٩	١١	٥

احسب التباين؟

الطريقة الاولى:

الوسط الحسابي

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{100}{10} = 10$$

x_i	١٠	٨	٦	١٢	١٥	١٠	١٤	٩	١١	٥
$(xi - \overline{X})$	٠	-2	-4	٢	٥	٠	٤	-1	١	-5
$(xi - \overline{X})^2$	٠	4	16	4	25	0	16	1	1	25

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2 = 92$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1} = \frac{92}{9} = 10.22$$

الطريقة الثانية

x_i	٥	١١	٩	١٤	١٠	١٥	١٢	٦	٨	١٠	$\Sigma x_i = 100$
x_i^2	٢٥	١٢١	٨١	١٩٦	١٠٠	٢٢٥	١٤٤	٣٦	٦٤	١٠٠	$\Sigma x_i^2 = 1092$

$$S^2 = \frac{1092 - \frac{100^2}{10}}{10-1}$$

$$S^2 = \frac{1092 - 1000}{9}$$

$$S^2 = 10.22$$

الانحراف المعياري Standard Deviation

يعتبر الانحراف المعياري من أهم المقاييس الإحصائية للتشتت، وهو الأكثر استخداما في النظريات والقوانين الإحصائية، لأنه يعطي فكرة سليمة ومنطقية عن ظاهرة التشتت. وتكون وحداته نفس وحدات الظاهرة او المتغير

تعريف الانحراف المعياري،

يعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

ففي حالة حساب الانحراف المعياري للمجتمع فيرمز له σ (sigma)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{N}}$$

وفي حالة حساب الانحراف المعياري للعينة فيرمز له S

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

اي ان الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي للتباين

$$S = \sqrt{S^2}$$

ويمتاز الانحراف المعياري بسهولة حسابه وشموله على جميع قيم المشاهدات لذا فهو يعتبر من ادق معايير التشتت الاحصائية ، وله نفس وحدات القياس للظاهرة قيد الدراسة. ويعاب عليه لتأثره بالقيم المتطرفة للبيانات ولا يمكن حسابه للقيم الوصفية.

مثال

احذت عينة مؤلفة من خمسة بساتين وحسبت اشجار الزيتون في كل بستان وكانت كما يلي :

٨	٦	١٠	٧	٩

احسب الانحراف المعياري لعدد اشجار الزيتون .

الحل:

الطريقة الاولى: نحسب الوسط الحسابي لقيم المتغير

الوسط الحسابي = مجموع القيم / عددها

الوسط الحسابي = ٤٠ / ٥

الوسط الحسابي = ٨

x_i	٨	٦	١٠	٧	٩
$(xi - \bar{X})$	٠	-2	٢	-1	١
$(xi - \bar{X})^2$	٠	٤	٤	١	١

ثم نحسب التباين

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{10}{4} = 2.5$$

ثم نأخذ الجذر التربيعي للتباين للحصول على الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{2.5} = 1.581$$

الطريقة الثانية

حساب الانحراف المعياري بالقانون التالي

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^{\,2} - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}}$$

x_i	٩	٧	١٠	٦	٨	$\Sigma x_i = 40$
x^2	٨١	٤٩	١٠٠	٣٦	٦٤	$\Sigma x_i^2 = 330$

$$S = \sqrt{\frac{330 - \frac{40^2}{5}}{5-1}} = \sqrt{\frac{330 - \frac{1600}{5}}{4}} = \sqrt{\frac{330-320}{4}} = \sqrt{2.5}$$

$$S = 1.581$$

مثال :

اخذت عينة مكونة من ٨ أبقار وحسبت كمية انتاج الحليب (كغم) باليوم وكانت النتائج كما يلي:

X_i	١٠	١٢	٨	٩	٥	١٥	١٣	٨

احسب الانحراف المعياري لكمية انتاج الحليب.

الحل: الطريقة الاولى

١- حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{10+12+8+9+5+15+13+8}{8} = \frac{80}{8} = 10$$

٢-

X_i	١٠	١٢	٨	٩	٥	١٥	١٣	٨
$(X_i - \bar{X})^2$	٠	٤	٤	١	٢٥	٢٥	٩	٤

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2 = 72$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{72}{7}} = \sqrt{10.29} = 3.21$$

الطريقة الثانية:

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma x_i^{\,2}-\frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}}$$

X_i	١٠	١٢	٨	٩	٥	١٥	١٣	٨
X_i^2	١٠٠	١٤٤	٦٤	٨١	٢٥	٢٢٥	١٦٩	٦٤

$$\sum_{i=1}^{8} X_i = 80$$

$$\sum_{i=1}^{8} X_i^2 = 872$$

$$S=\sqrt{\frac{872-\frac{(80)^2}{8}}{7}}=\sqrt{\frac{872-800}{7}}=\sqrt{\frac{72}{7}}=\sqrt{10.29}=3.21$$

الخطأ المعياري (الخطأ القياسي) Standard Error

كانت مقاييس التشتت السابقة عبارة عن إحصاءات لقياس تشتت المفردات داخل العينة وكان الانحراف القياسي هو أهم تلك المقاييس إذ أنه يقيس انحراف مفردات العينة حول متوسطها الحسابي.

والخطأ المعياري هو عبارة عن تقدير للانحراف المعياري للمتوسطات الحسابية المحسوبة من عدد العينات العشوائية الكبيرة الحجم (٣٠ فردا فأكثر) المأخوذة من مجتمع واحد متجانس.

استعمالات الخطأ المعياري:

١- تعتبر قيمة الخطأ المعياري كمقياس لدرجة الاعتماد علي متوسط العينة ، بمعني أن المتوسط الذي تكون قيمة الخطأ المعياري له صغيرة يمكن الاعتماد عليه عن المتوسط الذي تكون قيمة الخطأ المعياري له كبيرة.

٢- يفيد استعمال الخطأ المعياري في تحديد حجم العينة.

٣- يعطي الخطأ المعياري فكرة عن متوسط المجتمع ، فلقد وجد أن متوسطات العينات العشوائية الكبيرة المأخوذة من مجتمع واحد متجانس تتوزع توزيعا معتدلا تقريبا ، حتى ولو لم تكن مفردات المجتمع نفسها معتدلة التوزيع . وبذلك تكون النقطة علي المنحني المعتدل التي تتركز حولها متوسطات العينات أحسن تقدير لمتوسط المجتمع.

٤- يمكن استعمال الخطأ المعياري لمقارنة متوسطين مختلفين لمعرفة حقيقة الفرق بينهما.

طريقة حساب الخطأ المعياري

يرمز للخطأ القياسي بالرمز $S_{\bar{X}}$ ويحسب بالطريقة التالية

$$S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

او

$$S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$$

مثال

اوجد الخطأ المعياري للبيانات التالية

٦	٩	٦	٤	٥

الحل

١- ايجاد قيمة الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^{\,2} - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}{n-1}}$$

$$S=\sqrt{\frac{6^2+9^2+6^2+4^2+5^2-\frac{(6+9+6+4+5)^2}{5}}{5-1}}$$

$$S=\sqrt{\frac{194-\frac{30^2}{5}}{4}}=\sqrt{\frac{194-\frac{900}{5}}{4}}=\sqrt{\frac{194-180}{4}}$$

$$S=\sqrt{\frac{14}{4}}=\sqrt{3.5}=1.87$$

٢- ايجاد الخطأ المعياري

$$S_{\bar{X}}=\frac{S}{\sqrt{n}}=\frac{1.87}{\sqrt{5}}=\frac{1.87}{2.24}=0.834$$

التشتت النسبي

كانت مقاييس التشتت التي ذكرت سابقا كلها مقاييس مطلقة ، تقدر بدلالة وحدات القياس المستعملة في قياس المتغير الموضوع تحت البحث والدراسة ، سواء كانت هذه الوحدات مقاسه بالسنتيمتر أو المتر أو الكيلو غرام وغيره ، وعلي ذلك فإذا أردنا مقارنة عينتين أو مجتمعين فقد يحول دون ذلك اختلاف وحدات القياس المستعملة في كل منهما. لذا فان مقاييس التشتت النسبي تكون خالية من وحدات القياس ، واهم مقاييس التشتت النسبي هي :

معامل الاختلاف Coefficent of Variation

ان درجة التشتت بين قيم مفردات مجموعة معينة تختلف عادة عن درجة التشتت لمجموعة اخرى ، وقد يكون هذا الاختلاف كبيرا ام صغيرا. وبنـ على ذلك لا بد من وجود وسيلة لمقارنة درجات التشتت بين المجموعات المختلفة. وخاصة اذا اختلفت هذه المجاميع بوحدات القياس ، وعليه فأن الامر يتطلب الاستعانة بمقياس تشتت يـ ل قيمة الانحراف المعياري الى نسبة مئوية من المتوسط الحسابي وبذلك يأخذ بنظر الاعتبار التفاوت في القياسات الاصلية للبيانات ويتخلص من وحدات القياس ويوصلنا الى نسبة مئوية قابلة للمقارنة. ويطلق على هذا المقياس بمعامل الاختلاف ويرمز له (C.V)

تعريف معامل الاختلاف

اذا كان S و $\overline{X}$ هما الانحراف المعياري والوسط الحسابي لمجموعة من القيم على التوالي فان معامل الاختلاف لها

$$C.V = \frac{S}{\overline{X}} \times 100$$

مثال

كانت نتائج الامتحان النهائي لدرسي الرياضيات والكيمياء للصف الرابع كالاتي

	الرياضيات	الكيمياء
الوسط الحسابي	٨٠	٧٢
الانحراف المعياري	٨	٦

ففي اي الموضوعين كان التشتت اكبر؟

معامل الاختلاف لدرس الرياضيات $C.V = \frac{8}{80} \times 100 = 10\%$

معامل الاختلاف لدرس الكيمياء $C.V = \frac{6}{72} \times 100 = 8.33\%$

اي ان التشتت لدرجات الرياضيات كان اكثر

مثال

اجريت مقارنة صفة ارتفاع النبات (سم) وكمية الحاصل (غم) لعينة مكونةمن ١٠٠ نبات من الذرة الصفراء وكانت النتائج كما يلي:

	الارتفاع	الحاصل
الوسط الحسابي	٢٠٠	٨٠٠
الانحراف المعياري	١٦	٣٦

قارن بين تشتت الصفتين.

معامل الاختلاف لارتفاع النبات $$C.V = \frac{16}{200} \times 100 = 8\%$$

معامل الاختلاف للحاصل $$C.V = \frac{36}{800} \times 100 = 4.5\%$$

اي ان تشتت صفة ارتفاع النبات اكبر من الحاصل

المحاضرة الثانية

تعاريف ومفاهيم عامة

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

تصميم و تحليل التجارب الزراعية
Design and Analysis of Agricultural Experiments

- **مقدمة**

للتجارب العلمية أهمية كبيرة فى مسيرة التقدم البشرى فى كافة الميادين، ويعزى التقدم والازدهار العلمى الذى يشهده العالم اليوم الى التجارب العلمية المخططة على أسس احصائية سليمة. لذا يعتبر من الأهمية بمكان دراسة تخطيط وتصميم وتنفيذ التجارب وتحليل نتائجها وتفسيرها بدقة. وعليه فإنه يمكن الحصول من مثل هذه التجارب على قيم غير متحيزة لمتوسطات المعاملات والفروق بينها وتقليل قيمة الخطأ التجريبى.

مصطلحات هامة فى تصميم وتحليل التجارب

التجربة

ما هي إلا تساؤل الغرض منه الحصول على حقائق جديدة، إما لتأكيد النتائج المتحصل عليها من قبل بواسطة تجارب سابقة، أو رفضها وهذا التساؤل سيساعد الباحث على اتخاذ قرار معين مثل التوصية باستخدام نوع جديد من القمح مثلاً أو استخدام عليقة جديدة أو نوع معين من المبيدات.

أنواع التجارب الزراعية

- **أولاً: أنواع التجارب الزراعية من حيث الهدف**

I: التجارب الأولية : Preliminary Experiments

وتهدف التجارب الأولية إلى إعطاء فكرة مبدئية للباحث عن المواضيع التي لم يسبق دراستها ويتميز هذا النوع من التجارب بكثرة عدد معاملاته،

ولهذا فإن الهدف من هذه التجارب هو تقليص العدد الكبير من المعاملات إلى عدد أقل لتقليل التكاليف والجهود التي ستبذل عند دراستها بدقة أكبر،

ومثال ذلك إن محطات البحوث الزراعية تستلم عشرات الأصناف سنوياً لغرض تجربتها وهذا يتطلب تكاليف عالية وجهوداً كبيرة ولذا تدخل هذه الأصناف فى تجارب أولية لموسم واحد أو موسمين وعلى نطاق ضيق وقد ينجح قسم منها أو يفشل لسبب أو آخر حيث يتم استبعادها ويصفى العدد الكبير إلى عدد أقل من الأصناف المنتخبة يتم إدخالها في تجارب أكثر دقة.

- **II : التجارب الحرجة (الدقيقة): Critical Experiments**
  - وهذا النوع من التجارب يتم تنفيذه بدقة كبيرة، والهدف منه هو الحصول على نتائج وتوصيات تطبق عملياً وعلى نطاق واسع،
  - فالأصناف المنتخبة بعد التجارب الأولية تزرع في تجارب دقيقة مع اختيار التصميم المناسب لها حيث تطبق في عدة مناطق وتكرر لعدة سنوات ثم يتم تحليل نتائجها إحصائياً وفي ضوء النتائج يتم انتخاب أفضل الأصناف تحت الظروف المختلفة لكل منطقة.
- **III : التجارب الإرشادية Experiments Extension**
  - والغرض من هذه التجارب هو توضيح النتائج التي تم الحصول عليها من التجارب الدقيقة لغرض عرضها على الظروف البيئية للمزارعين بشكل مبسط وميسر
  - حيث يقوم المرشدون الزراعيون بعمل تجارب إيضاحية في حقول المزارعين لتعريفهم بأفضل الطرق الزراعية ومواعيد الزراعة المناسبة أو إرشادهم إلى أفضل الأصناف وأنسب المبيدات لمقاومة الأمراض والحشرات.

ثانياً : أنواع التجارب الزراعية من حيث المكان

I التجارب المختبرية Laboratory Experiments :

- تجرى هذه التجارب في المختبرات حيث يمكن التحكم في الظروف البيئية بدرجة كبيرة عن طريق السيطرة الكاملة على الظروف البيئية مثل درجات الحرارة والرطوبة والضوء وذلك لدراسة تأثير هذه العوامل على الظواهر الفسيولوجية للنباتات بكل دقة
- ومثال ذلك تجارب إنبات البذور وتخزينها وتجارب تأثيرات الحرارة والإضاءة على نمو النباتات المختلفة
- ومصادر الاختلاف في هذه التجارب قليلة ويمكن تحديد أهمها كما يلي :

١. الاختلافات الموجودة في التراكيب الوراثية في النباتات المختلفة.
٢. اختلاف الظروف الجوية مثل الحرارة والرطوبة والضوء باختلاف موقع النباتات.
٣. الأخطاء الشخصية الناتجة عن تعدد الأشخاص عند تطبيق التجربة وعدم الدقة في العمل.

II- تجارب البيوت المحمية Green- house Experiments

- والبيوت المحمية عبارة عن بيوت مخصصة لنمو النباتات، حيث تنظم الحرارة والرطوبة والضوء والعناصر الغذائية ويتم التحكم فيها بدقة أكبر مما في التجارب الحقلية والنتائج المتحصل عليها تعد مكملة لنتائج التجارب الحقلية،
- ويختص هذا النوع من التجارب بالدراسات الخاصة بالأمراض النباتية والحشرات وكذلك دراسة تأثير العناصر الغذائية والأملاح ومنظمات النمو على نمو النباتات
- ومصادر الاختلاف في هذه التجارب يمكن تلخيصها فيما يلي:

١. الاختلافات الو راثية بين النباتات.
٢. الاختلاف في الظروف البيئية مثل الحرارة والضوء من مكان إلى آخر.
٣. اختلاف الخصوبة والرطوبة داخل كل أصيص Pot نتيجة لما يضاف من ماء أو ما يفقد من رطوبة.

III - التجارب الحقلية : Field Experiments

- وهذه التجارب تطبق في الحقل تحت الظروف الطبيعية السائدة من أجل اختيار الظروف المثلى للإنتاج، ويعتبر المحصول ومكوناته هو المقياس الأساسي المستعمل في دراسة تأثير المعاملات المختلفة.

إن تطبيق أي تجربة زراعية حقلية يهدف إلى تحقيق غرض معين ومن هذه التجارب ما يلي:

١. تجارب الأصناف: Varieties Experiments

وهي أكثر التجارب الحقلية الزراعية انتشاراً حيث تختبر الأصناف للتعرف على قدرتها الإنتاجية تحت الظروف المحلية السائدة لمعرفة الأصناف الجيدة والمتفوقة من حيث المحصول والصفات الاقتصادية الأخرى.

٢. تجارب التسميد: Fertilization Experiments

وتهدف هذه التجارب إلى تحديد احتياجات المحاصيل المختلفة من العناصر السمادية الأساسية والعناصر الدقيقة وموعد وطريقة إضافتها.

٣. تجارب وقاية النبات : Plant Protection Experiments

وهذه التجارب تهتم بدراسة تأثير المبيدات الفطرية والحشرية في وقاية النباتات من التأثير الضار الذي تسببه لها هذه الآفات مع مراعاة أنسب تركيز وأفضل طريقة وموعد لإضافة المبيد ومعرفة التأثير المتبقي للمبيدات على المحصول نفسه.

٤. تجارب الدورات الزراعية : Crop Rotation Experiments

وهذه التجارب تهدف إلى إيجاد أفضل الطرق للاستغلال الأمثل للأراضي الزراعية عن طريق زراعتها على مدار السنة وإمكانية استغلالها للأراضي الزراعية عن طريق زراعتها على مدار السنة وإمكانية استغلالها بطريقة التناوب لتحقيق الإنتاجية المثلى مع الاحتفاظ بخصوبة التربة.

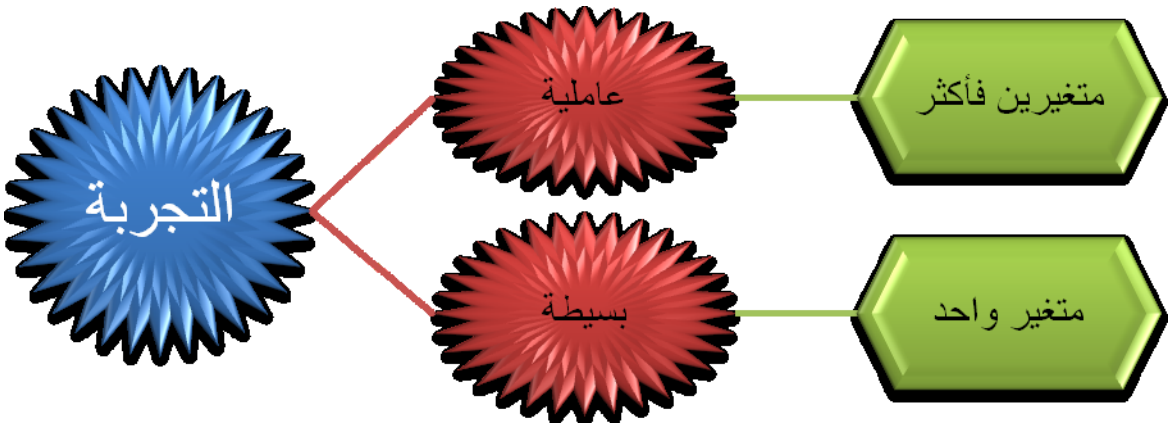
٥. تجارب محاصيل العلف والمراعي : Pasture and Forage Crops Experiments

وتشمل هذه التجارب دراسة معدلات التقاوي والتعرف على أنسب المخاليط العلفية من حيث الإنتاج والقيمة الغذائية ومدى إستساغة الحيوانات لتلك الأعلاف بالإضافة إلى معرفة تأثير التسميد ومواعيد وعدد الحشات على الإنتاج ونوعيته.

ثالثا : أنواع التجارب الزراعية من حيث عدد العوامل المدروسة

١- تجارب بسيطة: وهي التجارب التي تضم عامل (متغير) واحد فقط

٢- التجارب العاملية: وهي التجارب التي تضم دراسة عاملين (متغيرين) فأكثر



مصطلحات هامة فى تصميم وتحليل التجارب

- **الوحدة التجريبية : Experimental Unit**
- هي أصغر وحدة اساسية تجري عليها المعاملة في التجربة،
- فالوحدة التجريبية في التجارب الحقلية هي قطعة الأرض التي تجري عليها المعاملة (Plot) وفي تجارب التسمين هي الحيوان، أما في تجارب البيوت الزجاجية فالوحدة التجريبية هي الإصيص (Pot) وقد تكون طبق بتري كما في التجارب المختبرية وقد تكون هي ورقة النبات كما في حالة دراسة نوعين من الفيروس وحقن كل نوع من الفيروس على ورقة النبات في ١٠ نباتات مختارة عشوائياً.

- **المعاملة Treatment**

- وتعني مجموعة الظروف التجريبية المتغيرة التي توضع تحت سيطرة الباحث والتي يقوم بتوزيعها على الوحدات التجريبية

- وقد تمثل المعاملات عدة مستويات لعامل واحد كما في التجارب البسيطة التي تهتم بدراسة تأثير عامل واحد أو تتكون المعاملات من عدة مستويات لأكثر من عامل في توافيق مختلفة كما في التجارب العاملية.

- **العامل : Factor**

اصطلاح عامل Factor يتشابه في المعنى مع اصطلاح معاملة Treatment ولكن العامل معناه أوسع،

- ففي حالة التجارب البسيطة يدرس عامل واحد مثل التسميد ومستوياته هي المعاملات،
- وأيضاً الصنف هو العامل ومستوياته (مجموعة الأصناف المختلفة تحت الدراسة) هما المعاملات.
- وفي حالة التجارب العاملية يدرس أكثر من عامل مثل التسميد والأصناف وتكون المعاملات في هذه الحالة هي التوافيق الممكنة بين مستويات التسميد المختلفة والأصناف.

وعلى ذلك يمكن تعريف الخطأ التجريبي
بأنه مقياس للاختلافات الطبيعية التي توجد عادة بين مشاهدات سجلت من وحدات تجريبية عوملت بنفس المعاملة

- **الخطأ التجريبي Experimental Error**
- **هو الفرق بين الوحدات التجريبية التي تأخذ نفس المعاملة**
- **يرجع التباين في الوحدات التجريبية إلى مصدرين رئيسيين :**
- **الأول :**
- **هو التباين الموجود أصلاً في المادة التجريبية المستخدمة كتلك التي يمكن إرجاعها إلى الاختلافات الوراثية أو إلى التفاعل بين التراكيب الوراثية والظروف البيئية وهذه التباينات هي التي تجري التجارب من أجل قياسها.**
- **والثاني :**
- **هو التباين الناتج من عدم التماثل في تنفيذ التجربة حيث تحدث بعض الأخطاء عند تكرار تطبيق المعاملات على الوحدات التجريبية وتلك الأخطاء التي تحدث في التجربة نتيجة عدم الدقة في قياس الصفات تحت الدراسة.**

ويمكن التحكم في مقدار الخطأ التجريبي والسيطرة عليه عن طريق :

١. **استخدام تصميم تجريبي أكثر كفاءة تبعاً لمدى التجانس بين الوحدات التجريبية.**
٢. **استخدام تحليل التباين المشترك Covariance analysis .**
٣. **اختيار أنسب شكل وحجم للوحدة التجريبية وأنسب عدد من المكررات.**
٤. **تحسين الطرق الفنية المستخدمة في التجربة مع الاهتمام بدقة القياسات وتسجيل البيانات.**

التصميم Design

- **تصميم تجربة ما يعني ببساطة تخطيطها بحيث يصبح في الإمكان جمع المعلومات المتعلقة بالمشكلة المراد دراستها وعند إجراء تصميم لتجربة ما لا بد أن نأخذ في الاعتبار عدة نقاط هامة.**
- **تحديد عدد المشاهدات المراد تسجيلها والحجم المناسب للعينة.**
- **الأسلوب الذي سوف تجري عليه التجربة وهو الذي يجب أن يكون أسلوب عشوائي.**
- **أي تتبع العشوائية في كل ما يتم إجرائه في التجربة وبعد ما يختار الباحث الأسلوب التجريبي والعشوائي يمكنه أن يضع نموذجاً رياضياً يصف به تجربته بحيث يظهر هذا النموذج المتغير المتأثر كدالة لكل العوامل التي ستدرس ولأي قيود فرضت على التجربة كنتيجة لتطبيق الأسلوب العشوائي**

- **ويمكن أن نلخص التصميم في أربع نقاط يتطلب من الباحث تحديدها وهي :**

(أ) عدد المشاهدات المراد تسجيلها.

(ب) الأسلوب التجريبي.

(جـ) طريقة تطبيق الأسلوب العشوائي.

(د) النموذج الرياضي لوصف التجربة.

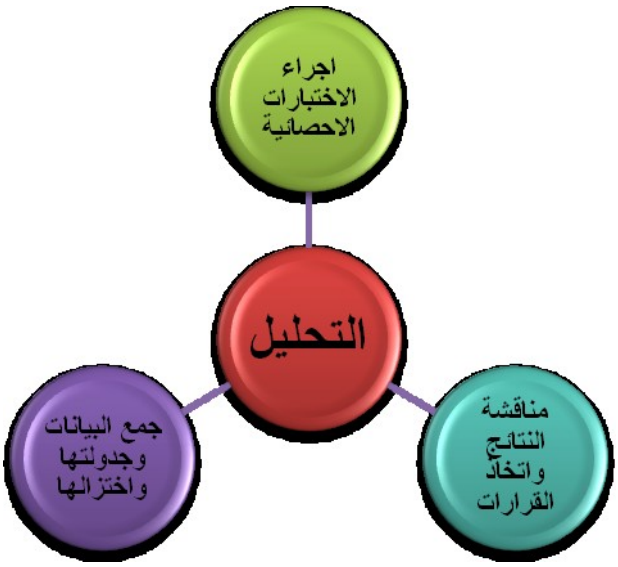
التحليل Analysis

- التحليل هو المرحلة الأخيرة ويشمل طريقة جمع البيانات وترتيبها واختزالها ثم إجراء اختبارات إحصائية معينة يستعان بها لاتخاذ قرارات بخصوص الأهداف التي صممت التجربة من أجل دراستها
- أي أن تحليل البيانات يتضمن حساب بعض الاختبارات الإحصائية مثل اختبار t واختبار F واختبار (χ^2) مربع كاي ثم إتباع النظم المتعلقة بكل منها للوصول إلى قرارات معينة في اختبار الفرضيات المتعلقة بالنموذج الرياضي الذي وضع مسبقاً ليمثل التجربة ومن الممكن تلخيص التحليل في ثلاث نقاط أو مراحل متتابعة هي :

(أ) جمع البيانات وجدولتها واختزالها.

(ب) إجراء الاختبارات الإحصائية.

(جـ) مناقشة النتائج وتفسيرها واتخاذ القرار.



القواعد الأساسية لتصميم التجارب

١- التوزيع العشوائي Randomization

- يعتبر التوزيع العشوائي من أهم الأسس التي يعتمد عليها تصميم التجارب ويقصد به توزيع جميع المعاملات التي تحتوي عليها التجربة بطريقة عشوائية على الوحدات التجريبية داخل المكررات أو الصفوف أو الأعمدة دون تحيز شخصي أي يكون لكل وحدة تجريبية نفس الفرصة في الحصول على أية معاملات كأي وحدة تجريبية أخرى
- والغرض من هذا التوزيع هو استبعاد الأخطاء المنتظمة والحصول على تقدير صحيح للخطأ التجريبي .

- هذا وتتلخص أهمية التوزيع العشوائي في التجارب في الآتي :

١. إبعاد الأخطاء المنتظمة وتجنب التحيز في النتائج .
٢. دقة تقدير الخطأ وزيادة كفاءة التجربة .
٣. توزيع الأخطاء توزيعاً طبيعياً لضمان صحة إجراء الاختبارات الإحصائية .

٢- التكرار Replication

- في التجارب الزراعية أو البيولوجية تختلف الوحدات التجريبية فيما بينهما بالرغم من وجودها تحت الظروف نفسها
- ولذا فإن تطبيق المعاملة على وحدة تجريبية واحدة لا يساعد الباحث في الحصول على فكرة صحيحة عن تأثير المعاملة وذلك لتداخل تأثير المعاملة مع تأثير العوامل الأخرى والمسماة (بالخطأ التجريبي) ، لهذا يجب تكرار المعاملة الواحدة عدة مرات.

وتتلخص فوائد التكرار في الآتي :

١. سهولة تقدير الخطأ التجريبي .
٢. إن تكرار المعاملة يساعد في الحصول على نتائج أكثر دقة بسبب تقليل قيمة الخطأ التجريبي .
٣. يمكن تحليل التجربة إحصائياً في حالة فقد جزءٍ من بياناتها .
٤. يمكن تعميم نتائج التجربة عند تطبيقها في أكثر من موقع ولأكثر من عام واحد .

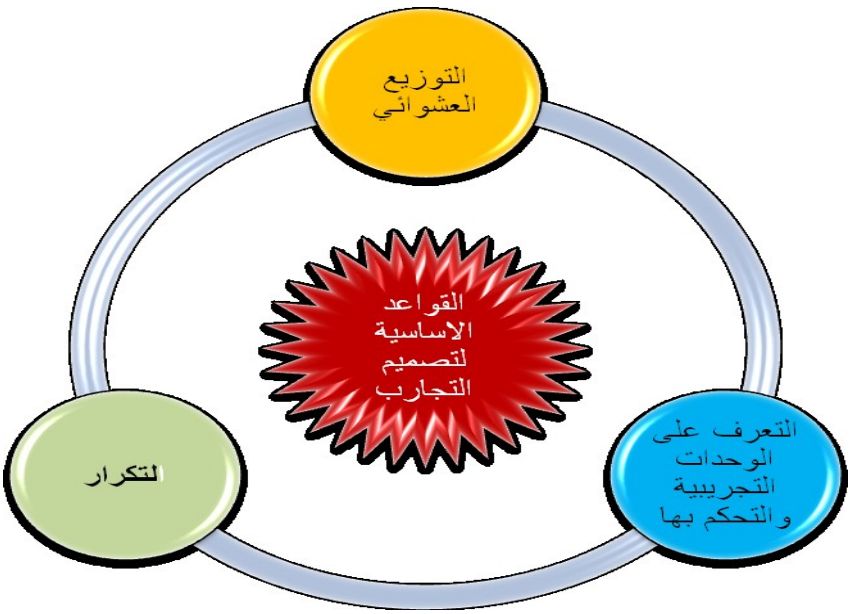
- وفي التجارب الزراعية يعرف المكرر:-
- بأنه جزء التجربة الذي يحتوي على جميع المعاملات الداخلة فيها
- وتختلف أشكال المكررات فقد تكون مربعة أو مستطيلة.
- ولشكل المكرر وموقعه أهمية كبيرة في التجارب الزراعية حيث إن :
- المكرر ذو الشكل المستطيل الضيق يقلل من تأثير التباين الموجود في أرض التجربة.
- ويتراوح عدد المكررات التي تستعمل في التجارب الزراعية من ٣-٨ مكررات .

ويتوقف عدد المكررات في تجربة ما على العوامل الآتية :

١. يمكن زيادة عدد المكررات عندما يكون الهدف هو الحصول على نتائج ذات دقة عالية .
٢. زيادة عدد المكررات في حالة عدم التجانس بين الوحدات التجريبية .
٣. يقل عدد المكررات عند استعمال عدد كبير من المعاملات لتجنب زيادة عدم التجانس داخل المكرر الواحد .
٤. يمكن زيادة عدد المكررات عند وفرة المواد التجريبية كمساحة الأرض والبذور والأسمدة والموارد المالية .
٥. إذا كان حجم الفروق المتوقعة بين المعاملات كبير يخفض عدد المكررات .
٦. لنوع التصميم المستعمل في التجربة دور كبير في تحديد عدد المكررات التي يمكن استعمالها.

٣- التحكم في الوحدات التجريبية Local control

- يمكن تقليل الخطأ التجريبي بين المعاملات وذلك بتمييز الاختلاف الموجود بين الوحدات التجريبية ومحاولة تقسيمها إلى مجموعات متجانسة على شكل قطاعات وفرض بعض الشروط على أسلوب التوزيع العشوائي للمعاملات في الوحدات التجريبية داخل كل قطاع وذلك باختيار التصميم التجريبي المناسب والأكثر كفاءة والذي يؤدي إلى تقليل الخطأ التجريبي بين المعاملات وبالتالي زيادة دقة التجربة .



المحاضرة الثالثة

تحليل التباين

Analysis of variance

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

تحليل التباين واختبار المعنوية

Analysis of Variance

and Test of Significance

- إن تطبيق تجربة ما وحصولنا على البيانات المختلفة والناتجة عن تأثير المعاملات المدروسة بالتجربة لا يكفي وحده لاستخلاص النتائج التي تدل عليها تلك البيانات،
- فقد نلاحظ وجود اختلافات ملموسة بين متوسطات المعاملات لتجربة ما ولكن بعد التحليل الإحصائي نلاحظ أنها اختلافات ترجع إلى عوامل الصدفة التي لا يمكن التحكم فيها مثل اختلاف الظروف البيئية بين وحدات التجربة، وغير ذلك من الاختلافات
- لهذا نجد أنه من الضروري تحليل بيانات التجربة تحليلاً إحصائياً يمكن بواسطتها فصل الاختلافات الناتجة عن المصادر التي يتحكم فيها الباحث والمعاملات المختلفة بالتجربة عن عوامل الصدفة لغرض الحصول على نتائج دقيقة ويطلق على هذه العملية اسم تحليل التباين (Analysis of Variance)

وتحليل التباين هو عملية:

الغرض منها هو تحديد مدى أهمية الفروق الموجودة بين متوسطات المعاملات ودرجة الثقة في نتائج التجربة وذلك بتحديد مقدار التباين. ويتم ذلك وفق الخطوات التالية :

- وضع الفرضية Null hypothesis
- تحليل التباين Analysis of Variance
- اختبار المعنوية Test of Significance

وضع الفرضية

- قبل البدء في تنفيذ تجربة ما يجب وضع بعض الفرضيات الإحصائية لاختبارها ومن هذه الفرضيات هي فرضية العدم Null-hypothesis والفرضية البديلة Alternative hypothesis
  - ويرمز لفرض العدم بالرمز H_0 وهو تلك الفرضية التي نضعها تحت الاختبار وتنص على افتراض أن الاختلافات الموجودة بين متوسطات المعاملات المختلفة للتجربة ليست فروقاً حقيقية بل هي فروق عشوائية ناتجة عن طريق الصدفة أي أن الفرق بين متوسطي المجتمعين يساوي صفر أي أن

$$H_0 = \mu_1 - \mu_2 = 0.$$

أما الفرضية البديلة فيرمز لها بالرمز H_A وتستخدم في حالة رفض فرضية العدم وهي تنص على افتراض أن الفروق بين متوسطات المعاملات للتجربة فروق حقيقية وهذا يعني أن الفرق بين متوسطي المجتمعين لا يساوي صفر أي أن $H_0 = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

ويطلق على درجة الاحتمال التي يرفض على أساسها فرض العدم اسم مستوى المعنوية .

مستوى المعنوية

هناك مستويين للمعنوية (التجارب الزراعية) هما ١% ، ٥%

- فعند استعمال مستوى معنوية ١% فهذا يعني احتمال وقوع في خطأ هو ١% أي أن احتمال صحة النتائج هو ٩٩%.
- أما في حالة استعمال مستوى معنوية ٥% يعني أن استنتاجاتنا صحيحة بنسبة ٩٥% وخطأ بنسبة ٥% .

تحليل التباين Analysis of Variance

- تمكن العالم Fisher (1923) من وضع طريقة إحصائية لقياس درجة التشتت أو الاختلاف في التجارب التي تحتوي على أكثر من معاملتين أطلقا عليها اسم تحليل التباين ، وتستعمل هذه الطريقة لتقسيم الاختلافات الكلية في التجارب إلى مصادرها المختلفة ثم مقارنة الاختلافات الكلية في التجارب إلى مصادرها المختلفة ثم مقارنة مصادر الاختلاف على هيئة تباين باختبار المعنوية (F)
- ومن هذا التحليل يمكن تقدير معنوية كل مصدر من مصادر التباين كل على حدة وتسمح طريقة تحليل التباين بمقارنة أي عدد من المعاملات كما يمكن استعمالها في مقارنة أي متوسطين.
- وتقسم مصادر التباين الكلية في التجربة إلى مصدرين رئيسيين هما :

أ- اختلافات ناتجة عن تأثير المعاملات الداخلة في التجربة .

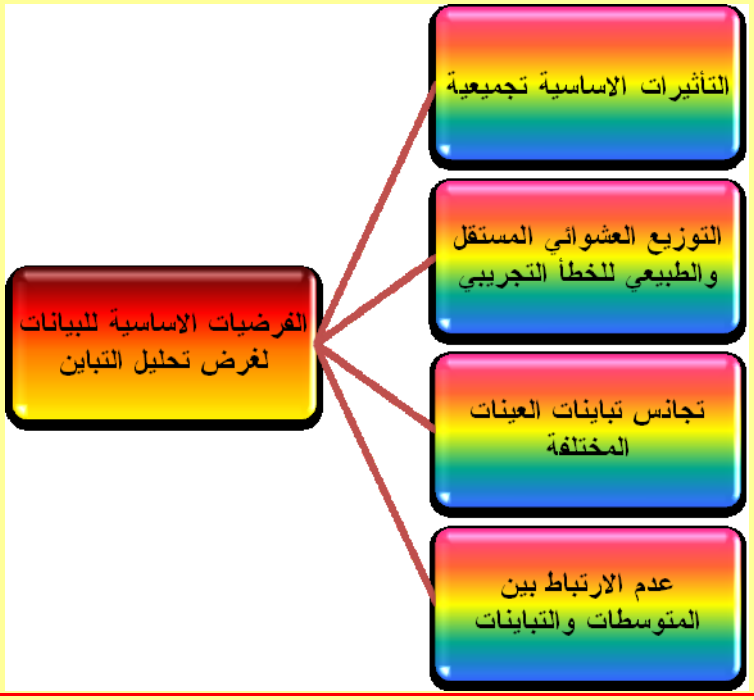
ب- اختلافات لا يمكن السيطرة عليها (أي اختلافات الصدفة) ويطلق عليها اسم الخطأ التجريبي .

اختبار المعنوية Test of Significance

- تقارن مصادر التباين بعمل اختبار المعنوية الذي أطلق عليه العالم (Snedecor) اسم اختبار F نسبة إلى العالم Fisher وتوجد جداول خاصة لقيم F تسمى F-Distribution Tables بدرجات حرية ومستويات معنوية مختلفة

- وفي التجارب الزراعية يهمنا مستوى المعنوية ٥% و ١% فإذا كانت قيمة F المحسوبة أصغر من قيمة F الجدولية لهذين المستويين قبلت فرضية العدم وفي هذه الحالة لا توجد فروق معنوية بين مستويات المعاملات أما إذا كانت قيمة F المحسوبة مساوية أو أكبر من قيمة F الجدولية لمستوى معنوية ٥% و ١% نقبل الفرضية البديلة التي تشير إلى وجود فروق معنوية بين مستويات بعض المعاملات أو كلها .

الشروط التي يجب توفرها في البيانات لغرض تحليل التباين



مثال : في تجربة لدراسة نسبة الرطوبة لأربع أصناف من الذرة عند الحصاد حصلنا على النتائج التالية :

نسبة الرطوبة لأربع أصناف من الذرة .

	الصنـــف				
	A	B	C	D	
	٣٣	٢٥	١٧	١٥	
	٢٦	٢٨	١٩	١٤	
	٣٢	٢٥	١٢	١٢	
	٣٣	٢٤	١٦	١٣	
	–	١٨	–	١١	
المجموع	١٢٤	١٢	٦٤	٦٥	٣٧٣
المتوسط	٣١	٢٤	١٦	١٣	٢٠,٦
N	٤	٥	٤	٥	١٨

الغرض من هذه التجربة مقارنة متوسطات الأصناف الأربعة هل متساوية أم لا ؟ وللإجابة على هذا السؤال نقارن متوسط مربع الانحرافات بين المتوسطات بمتوسط مربع الانحرافات داخل المعاملات أو العائد للخطأ التجريبي .

خطوات التحليل

- معامل التصحيح C.F = $\frac{(\sum X)^2}{n} = \frac{(373)^2}{18} = 7729.39$

$$TotalS.S = (33)^2 + (26)^2 + \ldots\ldots\ldots + (11)^2 - 7729.39 = 987.61$$

$$TreatmentS.S = \frac{(124)^2}{4} + \frac{(120)^2}{5} + \frac{(64)^2}{4} + \frac{(64)^2}{4} + \frac{(65)^{22}}{5} - 7729.39 = 863.61$$

- Error S.S = Total S.S – Treatment S.S
- = 987.61 – 863.61 = 124

- أما درجات الحرية للمكونات السابقة فهي تساوي
- درجات الحرية الكلية = 18-1=17
- درجات الحرية للمعاملات = 4-1=3
- درجات الحرية للخطأ = 17-3=14

وعند تلخيص البيانات السابقة في جدول تحليل التباين:

S.O.V	d.f	S.S	M.S	F_{Cal}
Between treatment	4-1=3	863.61	$\frac{863.61}{3} = 287.9$	$\frac{287.9}{8.9} = 32.5$
Error	17-3=14	124.0	$\frac{124}{14} = 8.9$	
Total	18-1=17	987.61		

- ولاختبار فرضية العدم بأن متوسطات المعاملات متساوية نقارن قيمة F المحسوبة بقيمة F في الجدول عند درجات حرية ١٤ و ٣ ، منها يظهر أن قيمة

$F_{0.05\ (14.3)} = 3.34$

$F_{0.01\ (14.3)} = 5.56$

- وحيث أن قيمة F المحسوبة أكبر من قيمة F في الجدول إذاً فرضية العدم مرفوضة أي أن الاختلافات بين المتوسطات اختلافات معنوية ولا ترجع إلى الصدفة وذلك باحتمال ١% وبمعنى آخر أن متوسطات المعاملات غير متساوية .

اختبار الفرضيات الإحصائية

Statistical Hypotheses and their Tests

- يعتمد البحث العلمي على الطريقة العلمية Scientific method وهي الطريقة أو الأسلوب الذي يأخذ به العلماء والباحثون في جميع المجالات العلمية في سبيل إجراء تجارب على درجة عالية من الدقة.

وخطوات الطريقة العملية هي:

١- المشاهدة أو الملاحظة Observation

تعتمد المشاهدة على النظر والحواس الأخرى كأن نسير في أحد حقول القمح مثلاً فيلفت نظرنا نبات متفوق في سنابله الكبيرة ومحصوله المرتفع ، وهذه المشاهدة قد لا يدركها الشخص غير المتخصص في تربية القمح.

٢- بناء النظرية الفرضية أو فرض العدم Null hypothesis

وفرض العدم يفترض مساواة بين الأشياء التي نختبرها أو نقارن بينهما فمثلاً في المثال السابق نفترض أن نبات القمح ذو السنابل الكبيرة ما هو إلا نبات مثل باقي النباتات في الحقل والفرق المشاهد يرجع إلى الظروف البيئية.

٣- تصميم تجربة

لاختبار الفرض قبل تصميم التجربة يقوم الباحث بتجميع الأبحاث السابقة المرتبطة بنقطة البحث ويحدد الهدف من البحث والبيانات المزمع الحصول عليها من التجربة وطريقة تصميم التجربة وطريقة جمع البيانات وطريقة تحليلها والتكاليف والأدوات اللازمة لإجراء التجربة.

تنفيذ التجربة وجمع البيانات

تبعاً للتصميم السابق وضعه يقوم الباحث بتنفيذ التجربة وتجميع البيانات المطلوبة بدقة تامة.

تراجع البيانات جيداً قبل تحليل النتائج ثم يتم إجراء التحليل الإحصائي بالطريقة المناسبة لتصميم التجربة.

يستخدم العديد من البرامج الإحصائية في تحليل البيانات.

ونتيجة التحليل الإحصائي تؤدي إلى قبول أو رفض فرض العدم. وكما سبق القول فإن فرض العدم يبني على أساس أننا نعتبر أنه لا توجد فروق بين المعاملات التي نختبرها وأي فروق إن وجدت ما هي إلا اختلافات عشوائية تسببت عن طريق المعاينة (أو الصدفة).

اختبارات المعنوية

Tests of Significance

وهي الاختبارات التي تجرى لمعرفة درجة الوثوق أو الاعتماد على النتائج المتحصل عليها من التجارب.

المختبرة في التجربة فروق عشوائية حدثت Treatmentsوهي اختبارات تجرى للتأكد من أن الفروق بين المعاملات نتيجة الصدفة أم أنها فروق حقيقية ترجع لوجود اختلافات بين المعاملات تحت الدراسة.

- فرضية العدم أو النظرية الفرضية Null hypothesis
هو فرض مبني على معلومات أولية يعتقد أنها حقائق يمكن أن تكون صحيحة أو غير صحيحة. وفرضية العدم معناه افتراض عدم وجود فرق بين المتوسطين

- والفرضية البديلة Alternative hypothesis

ثم نجري التجربة فإذا ثبت عدم تساوي المتوسطين ترفض فرضية العدم وبالتالي نقبل الفرضية البديلة والعكس إذا ثبت صحة فرض العدم فإنها تقبل وترفض الفرضية البديلة.

خطوات اختبار المعنوية

- يمكن تلخيص اختبار المعنوية في الخطوات التالية:

١. تحديد فرضية العدم والبديلة المراد اختبارهما.
٢. تحديد مستوى المعنوية المستعمل في الاختبار
1% أو5%

٣. حساب المختبرالاحصائي المناسب.
٤. مقارنة قيمة المختبر الاحصائي المحسوب بالتوزيع النظري للاحصاء المحسوب أي بالقيمة الجدولية للمختبر الاحصائي.

تحليل التباين وطرق المقارنة بين المتوسطات
Analysis of Variance & Comparison of Means

- يستخدم اختبار t في مقارنة الأوساط الحسابية لمعاملتين فقط. أما إذا زاد عدد المعاملات عن إثنين فهذا يستدعي إجراء عدد من الاختبارات قدرها

$$\left[\frac{A(A-1)}{2}\right]$$

حيث أن "A" هي عدد المعاملات وذلك لاختبار أو مقارنة كل زوج من المعاملات على حدة فضلاً عن ضخامة العمليات الحسابية اللازمة لإجراء هذا الاختبار.

- ومن هنا استخدمت طريقة تحليل التباين (Analysis of Variance) والتي يكون اختصارها "ANOVA" لإجراء المقارنة بين أي عدد من متوسطات المعاملات باستخدام كل البيانات الناتجة من التجربة في حساب قيمة واحدة للانحراف المعياري يمكن بها مقارنة متوسطات المعاملات بالتجربة.

وتتلخص طريقة تحليل التباين في:-

- حساب المجموع الكلي لمربعات الإنحرافات لجميع الوحدات التجريبية في التجربة (جميع المشاهدات) عن المتوسط العام
- ثم تقسميه إلى مكوناته طبقاً للمصادر المسببة له والتي يختلف عددها من تجربة لأخرى حسب ظروف التجربة ونوع التصميم المستخدم في إجرائها وتقسم أيضاً معه درجات الحرية الكلية بنفس الطريقة.

- أما فيما يتعلق بطرق المقارنة أو التمييز بين المتوسطات "Comparison of Means" ففي جدول تحليل التباين "ANOVA" يتم معرفة هل توجد فروق معنوية بين المعاملات أم لا.
- أما بطرق المقارنة هذه يتم تحديد بالفعل أي المعاملات تختلف عن بعضها وأيها لا يختلف فمثلاً لو كان لدينا ٤ معاملات يمكن تحديد أن المعاملة الأولى ، تختلف عن الثانية والثالثة ، ولكنها لا تختلف عن الرابعة وهكذا.
- وطرق المقارنة هذه تتأرجح بين طرق المقارنة قبل إجراء التجربة وأخرى بعد إجراء التجربة.

المحاضرة الرابعة

التصميم العشوائي الكامل

Completely Randomized Design

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

- **تصاميم التجارب البسيطة Simple Experimental Design**

هي التصاميم ذات العامل الواحد حيث يدرس في هذا النوع من التجارب تأثير عامل واحد مثل:-

- **تأثير مستويات التسميد النيتروجيني المختلفة على محصول ما**
- **دراسة الاختلافات بين العديد من أصناف محصول ما**
- **دراسة أنواع مختلفة من العلائق الحيوانية على أوزان الحيوانات.**
- **تأثير المعاملة بأنواع مختلفة من المبيدات على انتشار حشرة ما.**

- **بدراسة مستويات العامل المعني يتم تثبيت جميع العوامل الأخرى.**
- **وتطبق التجربة بأحد التصميمات التالي ذكرها :**

انواع التصاميم التجريبية Experimental Designs

التصاميم التجريبية ذات العامل الواحد One factor design

١. **التصميم العشوائي الكامل Completely Randomized Design (CRD)**
٢. **القطاعات العشوائية الكاملة Randomized Complete Block Design (RCBD)**
٣. **المربع اللاتيني Latin Square**

التصميم العشوائي الكامل

Completely Randomized Design

استخداماته

- **التجارب ذات الوحدات التجريبية المتجانسة تماماً.**
- **التجارب التي يصعب ترتيب أفرادها في مجاميع.**
- **التجارب المختبرية و تجارب البيوت المحمية بحيث يمكن التحكم في الظروف المحيطة بالتجربة.**

ميزات التصميم

١. **أكثر التصميمات مرونة و يمكن استعمال أعداد مختلفة من المعاملات والتكرارات لكل معاملة.**
٢. **التحليل الإحصائي بسيط حتى في حالة عدم تساوي الوحدات التجريبية.**
٣. **إذا فقدت بعض الوحدات التجريبية لا يفقد التحليل الإحصائي بساطته.**
٤. **يسمح هذا التصميم باستخدام اعلى ما يمكن من درجات الحرية للخطأ التجريبي**
٥. **يصل عدد الوحدات التجريبية إلى أقصاها مما يؤدي إلى صغر حجم الخطأ التجريبي وذلك يحسن من دقة التجربة**

عيوب التصميم

١. انخفاض كفاءة التصميم في حالة عدم تجانس الوحدات التجريبية.
٢. أقل كفاءة من التصميمات الأخرى في تقدير الخطأ التجريبي و ذلك لعدم إمكانية فصل الاختلافات الراجعة إلى تكرار المعاملات من قيمة الخطأ التجريبي.

النموذج الرياضي للتصميم

$$Y_{ij} = \mu + T_i + e_{ij}$$

حيث ان

Y_{ij} : قيمة اي مشاهدة تأخذ المشاهدة i في المكرر j

μ : المتوسط العام للمجتمع ويقدر بالمتوسط العام للبيانات $\bar{X}_{..}$

T_i : تأثير المعاملة وتقديرها $\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..}$

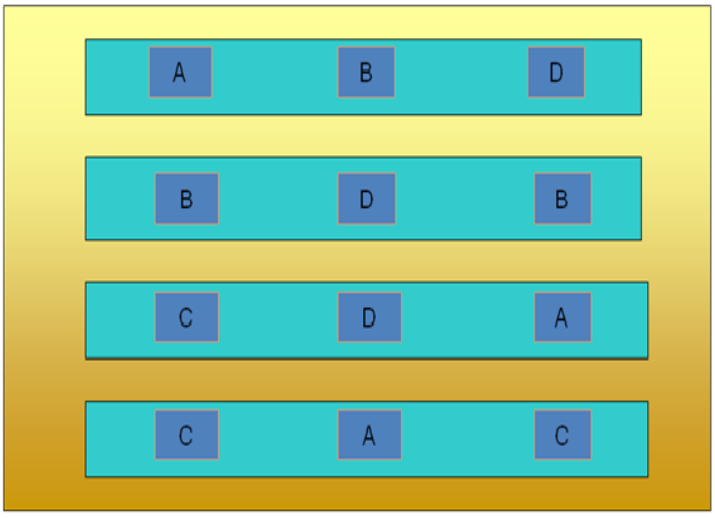
e_{ij}: تأثير الخطأ التجريبي

مخطط التوزيع العشوائي Experimental Layout

لنفرض يراد اجراء تجربة لمقارنة اربعة اصناف من الرز (A ، B ، C ، D) وبثلاث مكررات

اي نحتاج الى ١٢ وحدة تجريبية وستوزع المعاملات بصورة عشوائية تامة على الوحدات التجريبية وعلى النحو التالي:

مخطط التوزيع العشوائي



جدول تحليل التباين ANOVA Table

الفرضيات الاحصائية: *Hypotheses*

$$H_0 = \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$$
$$H1 = \mu_A \# \mu_B \# \mu_C \# \mu_D$$

جدول تحليل التباين ANOVA

S.O.V مصادر الاختلاف	df درجات الحرية	SS مجموع	MS متوسط المربعات (التباين)	F-cal Fالمحسوبة
Between Treatments	t-1	SSB	$S^2_B = SSB / (t-1)$	S^2_B / S^2_W
Within treatments	t(r-1)	SSW	$S^2_W = SSW / \{t(r-1)\}$	
Total	tr-1	SST		

مثال: اجريت تجربة لمقارنة ثلاثة اصناف من القمح (A , B , C) في البيت الزجاجي وزرع كل صنف في ستة سنادين.ادناه عدد الافرع / نبات. اختبر هل تختلف الاصناف في عدد الافرع؟

١٠ B3	٨ A1	٩ B1	١٦ C1	١٣ A3	١٧ C2
١٤ C3	١٤ A2	٨ B4	١١ A6	٩ B6	٧ A4
١١ B5	١٢ C4	١٨ C5	١١ B2	١٦ A5	١٣ C6

الحل: الفرضيات الاحصائية $H_0 = \bar{X}_A = \bar{X}_B = \bar{X}_C$ $H_1 = \bar{X}_A \neq \bar{X}_B \neq \bar{X}_C$

عدد المعاملات (t) = ٣ عدد المكررات (r) = ٦ عدد الوحدات التجريبية (n) = ١٨

ولغرض الحصول على مجاميع كل متغير في التجربة نعيد ترتيب الجدول السابق الى الجدول التالي

	المكررات						مجموع المعاملات
	١	٢	٣	٤	٥	٦	$\sum X_{i.}$
A	٨	١٤	١٣	٧	١٦	١١	٦٩
B	٩	١١	١٠	٨	١١	٩	٥٨
C	١٦	١٧	١٤	١٢	١٨	١٣	٩٠
							X.. = 217

١- ايجاد معامل التصحيح CF

$$C.F = \frac{(\sum X_{ij})^2}{tr} = \frac{217^2}{3 \times 6} = 2616.05$$

٢-ايجاد مجموع المربعات الكلي SST

$$SST = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - CF = \sum (8)^2 + (14)^2 + ... + (13)^2 - CF = 184.95$$

٣- ايجاد مجموع مربعات المعاملات SSt

$$SSt = \frac{\sum X_{i.}^{\ 2}}{r} - CF = \frac{(69)^2 + (58)^2 + (90)^2}{6} - 2616.05$$

$$SSt = 88.12$$

٤- ايجاد مجموع مربعات الخطأ التجريبي SSe

$$SSe = SST - SSt$$

$$SSe = 184.95 - 88.12 = 96.83$$

٥- تلخيص النتائج في جدول تحليل التباين

مصادر الاختلاف S.O.V	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	F-المحسوبة F-Cal	F-الجدولية F-Tab
Treatment	٢	88.12	44.06	6.91	3.68*
Error	١٥	96.83	6.45		

Total	١٧	184.95			

على ضوء النتائج اعلاه ، وبما ان F- المحسوبة < F الجدولية ، لذا ترفض فرضية العدم التي تنص على تساوي متوسطات المعاملات، اي ان **هناك اختلافات بين الاصناف في عدد الافرع**.

Comparison among treatment means (*LSD*)

$$L.S.D_{0.05} = \sqrt{\frac{2Mse}{r}} \times t_{0.05}$$

$$= \sqrt{\frac{2(6.45)}{6}} \times 2.131 = 3.13$$

Variety (Treatment)	$\bar{X}$	$\bar{X} - \bar{X}_B$	$\bar{X} - \bar{X}_A$
C	15	5.33*	3.5*
A	11.5	1.83	
B	9.67		

تمارين

تمرين (١): اجريت تجربة في المختبر لمعرفة تأثير ٥ درجات للحرارة على انبات بذور فستق الحقل وبواقع اربعة مكررات لكل درجة حرارة وحصلنا على نسب الانبات التالية :

درجات الحرارة	Replicatons			
	١	٢	٣	٤
2 °C	١٤	١٢	١٤	١٠
4 °C	٢٥	٣٠	٢٤	٢١
6 °C	٣٠	٣٢	٢٧	١١
8 °C	٤٠	٣٠	٥٠	٣٠
10 °C	٧٠	٧٥	٦٥	٩٠

أ- هل هناك تأثير لدرجات الحرارة على نسبة انبات فستق الحقل؟

ب- اي درجة حرارة افضل للانبات؟

تمرين (٢) اجريت تجربة لدراسة تأثير رش اربعة تراكيز منظم نمو على ارتفاع نبات القطن في البيت الزجاجي . نفذت التجربة باستخدام التصميم العشوائي الكامل وبثلاثة مكررات. المطلوب تحليل البيانات ادناه وتلخيص النتائج في جدول تحليل التباين. ومعرفة هناك تأثير لتراكيز منظم النمو على ارتفاع نبات القطن؟ واي من التراكيز يؤدي الى زيادة اعلى زيادة في ارتفاع النبات؟

المكررات	المعاملات (تراكيز منظم النمو)			
	C1	C2	C3	C4
١	٤٥	٧٠	٨٠	٧٢
٢	٥٠	٦٠	٧٥	٧٠
٣	٥٥	٦٢	٨٥	٦٦
$\sum_{i=1}^{4} X_{i.}$				

المحاضرة الخامسة

اختبار المتوسطات

Mean Comparison Tests

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

اختبار المتوسطات
Mean Comparison Tests

- يستخدم اختبار F للكشف عن الاختلافات الموجودة بين مجموعة من المعاملات ، وعند قبول فرضية العدم لا نحتاج إلى معرفة الاختلاف بين كل معاملة وأخرى.
- أما في حالة عدم قبول الفرضية، بالطبع سنقبل الفرضية البديلة، فهذا معناه أن إثنين من المعاملات على الأقل يختلفان غير أن اختبار F في هذه الحالة لا يحدد مدى الاختلاف بين كل معاملة وأخرى،
- ولذلك ففي هذا الباب سنتكلم عن الوسائل التي يمكن بواسطتها تحديد مدى الاختلاف بين معاملة وأخرى، إن هناك العديد من الوسائل التي يمكن استخدامها للكشف عن مدى الاختلاف بين كل معاملة وأخرى وتختلف هذه الوسائل حسب الغرض الذي من أجله يود الباحث الكشف عن هذه الاختلافات.

- ويتم مقارنة متوسطات المعاملات بالطرق الآتية:-
- مقارنة جميع متوسطات المعاملات بمتوسط معاملة المقارنة طريقة (Dunnett)

- المقارنات المتعددة وهذه يمكن إجرائها بإتباع أي من طرق الاختبار الآتية:
  - اختبار أقل فرق معنوي L.S.D Least Significance difference test
  - اختبار Tukey H.S.D لأصدق فرق معنوى
  - اختبار Scheffe (St)
  - اختبار Duncan
    Duncan's Multiple Range Test L.S.R
  - اختبار Newman-Keuls L.S.R. N-K (Newman-Keuls test)
    اختبار L.S.D المعدل Revised L.S.D)

- وسوف نكتفي في هذا الباب بدراسة كل من طريقتي L.S.D للعالم Fisher و L.S.R للعالم Duncan

أولاً: اختبار أقل فرق معنوى Least Significant Difference Test (LSD)

ويسمى اختبار L.S.D أو اختبار t وذلك لأن اختبار الفرق بين متوسطي معاملتين فيها يتم بالإستعانة باختبار t، ويتم حساب قيمة t للفرق بين متوسطي أي معاملتين (بافتراض تساوي r) أي عدد المكررات في جميع المعاملات باستخدام المعادلة الآتية:-

$$LSD_{0.05} = \sqrt{\frac{2MSE}{r}} \times t_{0.05}$$

$$LSD_{0.01} = \sqrt{\frac{2MSE}{r}} \times t_{0.01}$$

- وفي حالة عدم تساوي r (عدد المكررات) تكون قيمة L.S.D تساوي

$$LSD_{0.05or0.01} = \sqrt{\frac{MSE}{r1} + \frac{MSE}{r2}} \times t_{0.05or0.01}$$

- حيث أن MSE هو تباين الخطأ التجريبي و t تستخرج من الجدول عند درجات حرية الخطأ التجريبي.

مثال

- البيانات الموضحة بالجدول التالي تمثل متوسطات مجموعة من المعاملات لمحتوى النتروجين في نبات البرسيم المعامل ببعض سلالات الرايزوبيم (Rhizobium)

خليط من هذه السلالات	سلالات الرايزوبيوم المستخدمة					
Composite	Dok13	Dok7	Dok4	Dok5	Dok1	
18.7	13.3	19.9	14.6	24.0	28.8	
$\bar{y}_6$	$\bar{y}_5$	$\bar{y}_4$	$\bar{y}_3$	$\bar{y}_2$	$\bar{y}_1$	المتوسط

والجدول التالي يحتوي على النتائج المتحصل عليها لتحليل التباين

S.O.V	d.f	S.S	MS	Fcal.
Treatments	5	847.05	168.41	14.37**
Error	24	282.93	11.79	

- من الجدول السابق نجد أن قيمة F معنوية جداً (P<0.01) ومن ثم كان لزاماً علينا أن نتعرف على مدى الاختلافات بين المتوسطات الموجودة.
- وقبل حساب تلك الفروق، لابد لنا من حساب قيمة L.S.D لأي مستوى معنوية تم تحديده من قبل. وقيمة L.S.D عند مستوى معنوية 0.05 ، 0.01 هي:

$$L.S.D_{0.05} = \sqrt{\frac{2Mse}{r}} \times t_{0.05}$$

$$= \sqrt{\frac{2(11.79)}{5}} \times 2.06 = 4.5 \qquad L.S.D_{0.01} = \sqrt{\frac{2(11.79)}{5}} \times 2.797 = 6.1$$

- أما الفروق الملاحظة بين المتوسطات فهي كالآتي:-

$$\bar{y}_1 - \bar{y}_2 = 28.8 - 24 = 4.8$$

$$\bar{y}_3 - \bar{y}_4 = 14.6 - 19.9 = -5.3$$

$$\bar{y}_5 - \bar{y}_6 = 13.3 - 18.7 = -5.4$$

- وجميع هذه القيم تقع محصورة بين القيمتين ٤,٥ و ٦,١ مع الآخذ في الاعتبار القيم المطلقة،
- ولذلك فهذه الفروق تكون معنوية عند مستوى معنوية 5%، ولكنها ليست معنوية عند مستوى معنوية 1%.
- والمقارنات بين كل متوسطين من متوسطات المعاملات لابد وأن تأخذ بعض الاهتمام من الباحث، ونتيجة لذلك قد حددت في الخطوات التالية

ترتيب المتوسطات تصاعديا او تنازليا

رقم المقارنة	$\bar{X}$	$\bar{X} - \bar{X}_5$	$\bar{X} - \bar{X}_3$	$\bar{X} - \bar{X}_6$	$\bar{X} - \bar{X}_4$	$\bar{X} - \bar{X}_2$
١	28.8	28.8-13.3 = 15.5**	28.8-14.6 =14.2**	28.8-18.7 =10.1**	28.8-19.9 8.9**	28.8-24.0 =4.8*
٢	24.0	24.0-13.3 =10.7**	24.0-14.6 =9.4**	24.0-18.7 =5.3*	24.0-19.9 =4.1	
٤	19.9	19.9-13.3 =6.6**	19.9-14.6 =5.3*	19.9-18.7 =1.2		
٦	18.7	18.7-13.3 =5.4*	18.7-14.6 =4.1			
٣	14.6	14.6-13.3 =1.3				
٥	13.3					

ويمكن اجراء المقارنات بطريقة ثانية كما يلي:

ترتيب المتوسطات تصاعد او تنازل ، ويحسب الفرق بين المتوسط الاول والثاني فاذا كان الفرق بينما اقل من قيمة LSD يصل بينما خط مستقيم ونستمر الى المتوسط الذي بعده وهكذا الى ان نصل الى فرق اكبر من LSD ونتوقف. بعدها نترك المتوسط الاول ونجري نفس العمليات السابقة وهكذا الى ان نصل الى المتوسط الاخير. فسنشاهد بان المتوسطات التي لا توجد بينهما فروق معنوية يربطهما خط مستقيم وكما يلي:

- **كذلك من الممكن سرد المتوسطات كما يلي حيث يشير الخط المشترك أسفل القراءات إلى عدم وجود فرق معنوي:**

5	3	6	4	2	1
13.3	14.6	18.7	19.9	24.0	28.8

ثانياً: اختبار دنكن Duncan's Multiple Range Test

- إقترح العالم دنكن هذا الإختبار في عام ١٩٥٥ كمحاولة لتلافي عيوب الإختبار السابق ولكي يمكن إختبار جميع الفروق الممكنة بين جميع متوسطات المعاملات الداخلة في التجربة بنفس الدقة والكفاءة وعند نفس مستوى المعنوية المحدد للإختبار. فقد قام دنكن بإعداد جداول إحصائية خاصة Standardized Significant Range تسمى بجداول دنكن.

- واستعان بها في إستخراج قيم SSR التي تلزم لحساب قيم أقل مدى معنوي Least Significance Range (L.S.R) وهي القيم التي يعتمد عليها في مقارنة الفروق بين المتوسطات ،

- ومعنى ذلك أن هذا الإختبار يعتمد في تطبيقه على عدد من القيم الإحصائية وهي قيم L.S.R وليس على قيمة واحدة كما لاحظنا في الإختبار السابق وذلك لأن هذا الإختبار يأخذ في إعتباره المدى الخاص بالمقارنة أي عدد المتوسطات الذي يدخل ضمن مدى المقارنة وتبعاً لذلك نختار قيمة L.S.R المناسبة لإختبار الفرق الخاص بمقارنة معينة

- ويعتبر هذا الإختبار من أكفأ الإختبارات وأدقها ولقد أقبل الكثير من الباحثين على إستخدامه في الفترة الأخيرة بعدما عرفوا قصور إختبار L.S.D بالإضافة إلى أن هذا الإختبار من الممكن إجراؤه بصرف النظر عن معنوية أو عدم معنوية اختبار F ويمكن تلخيص إجراء هذا الإختبار فيما يلي:

- تقدير قيمة الخطأ القياسي لأي معاملة

$$S_{\bar{X}i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}}$$

- إستخراج قيم SSR من جدول دنكن وذلك بمعرفة مستوى المعنوية المطلوب ودرجات حرية الخطأ التجريبي من جدول تحليل التباين ويلاحظ أن قيم SSR تزداد بزيادة عدد المتوسطات الداخلة في المقارنة

حساب قيم أقل مدى معنوية L.S.R وذلك بضرب $S_{\bar{X}i}$ في كل من قيم SSR أي أن كل من قيم L.S.R تساوي

$$S_{\bar{X}i} \times SSR$$

- ترتيب متوسطات المعاملات ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً
- مقارنة الفروق الممكنة بين المتوسطات بقيم L.S.R المناسبة لأعداد متوسطات المعاملات الداخلة في مدى كل مقارنة للحكم على معنوية الفروق بين متوسطات المعاملات من عدمه.

مثال

في إحدى تجارب تغذية الحيوان لمقارنة ٥ أنواع من العلائق على معدل الزيادة في الوزن ، أعطيت لخمسة عجول صغيرة بطريقة عشوائية وبعد فترة محددة وزنت العجول وسجلت الزيادة في وزن كل حيوان فكانت كما هو مبين في الجدول التالي:

Ration	Weight gain (Kg)					Total	$\bar{X}$
1	6	8	7	5	10	36	7.2
2	9	8	11	11	10	49	9.8
3	7	5	5	9	4	30	6.0
4	5	3	4	6	6	24	4.8
5	8	6	9	9	11	43	8.6
Total						182	7.28

وبعد تحليل بيانات هذه التجربة لخصت نتائج التحليل في جدول تحليل التباين الموضح:

S.O.V	d.f	S.S	MS	Fcal.
Treatments	٤	٧٩,٤٤	١٩,٨٦	٦,٩٠**
Error	20	٥٧,٦٠	٢,٨٨	

ومن هذا المثال فإن قيمة الخطأ القياسي لأي معاملة $S_{\bar{X}i}$ تساوي

$$S_{\bar{X}i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{2.88}{5}} = 0.759$$

- ثم نستخرج قيم الـ **SSR** من جدول دنكن عند مستوى معنوية ٥% ودرجات حرية الخطأ التجريبي وهي ٢٠ والقيم التي نحتاجها في هذه الحالة هي القيم الخاصة بأعداد المتوسطات ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ وهي أعداد متوسطات المعاملات التي قد تدخل ضمن المقارنات المتعددة وبعد ذلك نضرب كل من قيم الـ **SSR** في ٠,٧٥٩ وذلك لكي نحصل على قيم **L.S.R** المطلوبة كما في الجدول الآتي

	أعداد المتوسطات الداخلة ضمن مجال المقارنات			
	2	3	4	5
S.S.R	2.95	3.09	3.19	3.25
$S_{\bar{X}i}$	0.759	0.759	0.759	0.759
L.S.R	2.23	2.35	2.42	2.47

- ولإتمام المقارنات بين المتوسطات واختبار معنوية الفروق بينها نرتب متوسطات المعاملات كما في الجدول التالي
- ثم نحسب الفروق بينها ثم نقارن كل فرق محسوب بقيمة L.S.R المقابلة فإذا وجد أن الفرق بين المتوسطين مساوياً لقيمة L.S.R أو أعلى منها كان هذا الفرق معنوياً فنؤشر علية بما يفيد معنويته(*).
- أما إذا كان الفرق أقل من قيمة L.S.R فيعني أن هذا الفرق بين متوسطي المعاملتين غير معنوي فيترك دون وضع إشارة عليه (*).
- وبعد ذلك نقوم بوضع خطوط مشتركة تحت المتوسطات التي لا توجد بينها فروق معنوية.

- وتستخدم طريقة وضع الخطوط المشتركة تحت متوسطات المعاملات للتدليل على عدم اختلافها معنوياً وقد يستعاض عن الخطوط المشتركة بوضع أحرف أبجدية مشتركة بحيث يدل ظهور حرف أبجدي أسفل أو بجوار متوسطين أو أكثر على عدم اختلاف هذه المتوسطات معنوياً.

- وعلى ذلك يمكننا أن نفسر نتيجة هذا الاختبار بأن المقارنات المتعددة بين متوسطات المعاملات قد أظهرت أن المعاملة الثانية قد تفوقت تأثيراتها على المعاملات الأولى والثالثة والرابعة ولو أنها لم تختلف معنوياً عن المعاملة الخامسة،
- وبأن المعاملة الخامسة لم تختلف عن المعاملة الأولى ولكنها تفوقت على المعاملتين الثالثة والرابعة.
- وبأن المعاملة الأولى تفوقت فقط على المعاملة الرابعة في حين أن المعاملتين الثالثة والرابعة لم تختلفا في تأثيرهم على معدل زيادة وزن العجول الصغيرة اختلافاً معنوياً.

و يمكن تلخيص النتائج فى الآتى:

T	$\bar{X}$	L.S.R	$\bar{X} - T_4 (4.8)$	$\bar{X} - T_3 (6.0)$	$\bar{X} - T1 (7.2)$	$\bar{X} - T_5 (8.6)$
T2	9.8	2.47	5.0*	3.8*	2.6*	1.2
T5	8.6	2.42	3.8*	2.6*	1.4	
T1	7.2	2.35	2.4*	1.2		
T3	6.0	2.23	1.2			
T4	4.8	2.23				

- وتعتبر طريقة استخدام الحروف الأبجدية أسفل وبجوار المتوسطات للتعبير عن وجود المعنوية من عدمه طريقة أكثر مرونة من استخدام الخطوط، حيث أن استخدام الخطوط تحت المتوسطات يحتم الإبقاء على ترتيب المتوسطات كما كانت عند إجراء الإختبار أما استخدام الحروف فيمكننا من إعادة ترتيب المتوسطات حسبما نرغب بعد الإنتهاء من الاختبار.

- ووضع الحروف المشتركة أو المختلفة يمكننا من إعادة ترتيب المتوسطات السابقة حسب تسلسل الأرقام.

$\bar{X}_2$	$\bar{X}_5$	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_3$	$\bar{X}_4$
9.8	8.6	7.2	6.0	4.8
a	ab	bc	cd	de

- وعلى ذلك يمكننا أن نفسر نتيجة هذا الاختبار بأن المقارنات المتعددة بين متوسطات المعاملات قد أظهرت أن المعاملة الثانية قد تفوقت تأثيراتها على المعاملات الأولى والثالثة والرابعة ولو أنها لم تختلف معنوياً عن المعاملة الخامسة،
- وبأن المعاملة الخامسة لم تختلف عن المعاملة الأولى ولكنها تفوقت على المعاملتين الثالثة والرابعة.
- وبأن المعاملة الأولى تفوقت فقط على المعاملة الرابعة في حين أن المعاملتين الثالثة والرابعة لم تختلفا في تأثيرهم على معدل زيادة وزن العجول الصغيرة اختلافاً معنوياً.

- وتعتبر طريقة استخدام الحروف الأبجدية أسفل وبجوار المتوسطات للتعبير عن وجود المعنوية من عدمه طريقة أكثر مرونة من استخدام الخطوط، حيث أن استخدام الخطوط تحت المتوسطات يحتم الإبقاء على ترتيب المتوسطات كما كانت عند إجراء الإختبار أما استخدام الحروف فيمكننا من إعادة ترتيب المتوسطات حسبما نرغب بعد الإنتهاء من الاختبار.
- ووضع الحروف المشتركة أو المختلفة يمكننا من إعادة ترتيب المتوسطات السابقة حسب تسلسل الأرقام.

المحاضرة السادسة

تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

Randomized Complete Block Design

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

تصميم القطاعات العشوائية الكاملة
Randomized Complete Block Design

استخداماته

- في حالة عدم تجانس الوحدات التجريبية. ويحكم عدم التجانس متغير واحد

اسلوب التنفيذ

- تقسم الوحدات التجريبية إلى مجموعات تسمى قطاعات.
- تتجانس الوحدات التجريبية داخل كل قطاع.
- توزع المعاملات داخل كل قطاع بطريقة عشوائية.
- تظهر المعاملة مرة واحدة داخل القطاع.

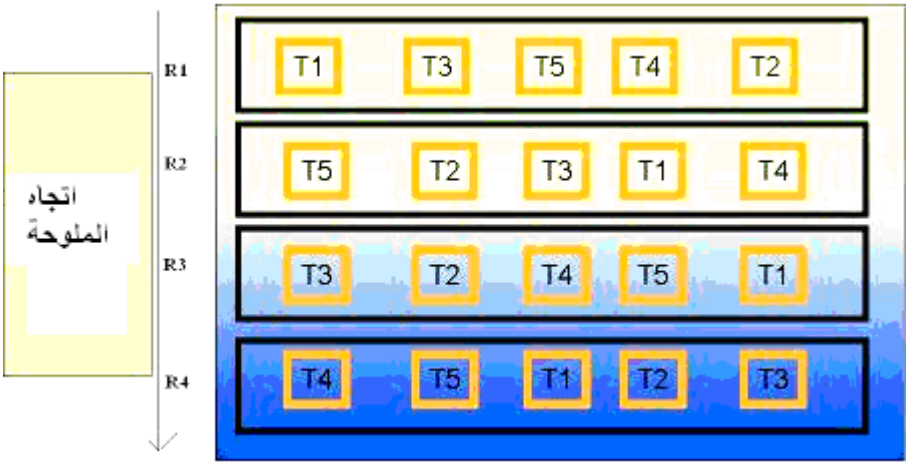
ميزاته

- أكثر دقة من تصميم التجارب العشوائية البسيطة و ذلك لصغر حجم الخطأ التجريبي.
- يسمح بإستعمال أي عدد من المعاملات و المكررات إذا توفرت الإمكانيات.
- سهولة التحليل الإحصائي إذا فقدت بعض الوحدات التجريبية.
- يمكن إستبعاد أي قطاع أو معاملة بدون أن يؤثر ذلك على التحليل الإحصائي.

العيـــوب

- لا ينصح بإستعماله في حالة زيادة عدد المعاملات.
- زيادة حجم القطاع يصعب توفر التجانس داخل القطاع.
- زيادة الخطأ التجريبي.

التوزيع العشوائي Experimental Layout



النموذج الرياضي General Linear Model

$$Y_{ij} = \mu + R_j + T_i + e_{ij}$$

حيث ان

Y_{ij} : قيمة اي مشاهدة تأخذ المشاهدة i في القطاع j

μ : المتوسط العام للمجتمع

R_j : تأثير القطاع

T_i : تأثير المعاملة

e_{ij} : تأثير الخطأ التجريبي

تحليل التباين Analysis of Variance

مصادر الاختلاف S.O.V	درجات الحرية	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات	F-Cal
Blocks	r-1	$SSr = \frac{\sum_{j=1}^{r} X_{.j}^2}{t} - CF$	$\frac{SSr}{r-1}$	$\frac{MSr}{MSe}$
Treatments	t-1	$SSt = \frac{\sum_{i=1}^{t} X_{i.}^2}{r} - CF$	$\frac{SSt}{t-1}$	$\frac{MSt}{MSe}$
Error	(t-1)(r-1)	$SSe = SST - SSr - SSt$	$\frac{SSe}{(t-1)(r-1)}$	
Total	tr-1	$SST = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - CF$		

Exercise تمرين

التجربة الآتية تمثل تأثير خمسة كثافات زراعة على محصول الذرة الصفراء وقد كررت كل معاملة ٤ مرات وعند تنفيذ التجربة قسمت الأرض إلى أربع قطاعات يحتوي كل قطاع على خمس وحدات تجريبية وو زعت المعاملات الخمس على الوحدات التجريبية الخمس في كل قطاع بطريقة عشوائية مستقلة من قطاع إلى آخر. والشكل التالي يوضح التوزيع العشوائي في صورة شكل تنفيذي في تصميم قطاعات عشوائية كاملة.

R1	A 93	C 227	D 172	B 169	E 168
R2	C 188	D 156	B 168	E 140	A 127
R3	D 208	B 165	E 200	A 144	C 259
R4	B 154	A 120	C 186	E 140	D 172

الحل : اعادة ترتيب الجدول. t =5 r=4 n=20

Treatments	Replications				$\sum X_{i.}$
	1	2	3	4	
A	93	127	144	120	484
B	169	168	165	154	656
C	227	188	259	186	860
D	172	156	208	172	708
E	168	140	200	140	648
$\sum X_{.j}$	829	779	976	772	3356

- $C.F = \frac{(3356)^2}{4 \times 5} = 563136.8$
- $\text{Total SS} = (93)^2 + (127)^2 + (144)^2 + \ldots + (140)^2 - CF$
  $= 590382 - 563136.8 = 27245.2$
- $\text{Treatment SS} = \frac{(484)2 + (656)2 + \ldots + (648)2}{4} - 563136.8 = 18203.2$
- $\text{Rep. SS} = \frac{(829)^2 + (779)^2 + (976)^2 + (772)^2}{5} - 563136.8 = 5391.6$

- **Error SS = 27245.2 - 18203.2 - 5391.6 = 3650.4**
- **تلخيص النتائج في جدول تحليل التباين**
-

SOV	df	SS	MS	$F_{cal.}$	F-Tab
Blocks	4-1 = 3	5391.6	1797.2	5.91	$F_{t\ (0.05)}$ = 3.49,
Treatments	5-1 = 4	18203.2	4550.8	14.96**	$F_{t\ (0.05)}$ = 3.26
Error	4*3 = 12	3650.4	304.20		
Total	20-1 = 19	27245.2			

-

المحاضرة السابعة

تصميم المربع الاتيني

Latin Square Design

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

تصميم المربع اللاتيني
Latin Square

استعمالاته

- يستعمل عند عدم تجانس الوحدات التجريبية ، ويحكم عدم التجانس متغيرين
- لزيادة كفاءة التجربة حيث يتم تقسيم الوحدات التجريبية في الإتجاهين: الأفقي إلى صفوف والرأسي إلى أعمدة

ميزاته

- يمكن إزالة الإختلافات بين الصفوف والإعمدة من الخطأ ، فتقل قيمة الخطأ وتزداد الدقة التجريبية.
- التحليل الإحصائى لهذا التصميم سهل.
- يمكن تقدير القيم الغائبة.

صفاته

- عدد المعاملات = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = عدد الوحدات التجريبية داخل كل قطاع.
- عدد القطاعات التجريبية الكلية = مربع عدد المعاملات
- تظهر المعاملة مرة واحدة في كل صف أو عمود.

عيوب التصميم

- لا يستعمل إذا زاد عدد المعاملات عن ١٠ مما يؤدي إلى زيادة حجم التجربة و يتبعه في ذلك زيادة قيمة الخطأ التجريبي.
- إذا قل عدد المعاملات عن ٥ تقل درجات الحرية للخطأ التجريبي.

التوزيع العشوائى

التجارب الحقلية: إذا وجد إختلاف فى خصوبة و ميل الأرض و مطلوب مقارنة 4 أصناف من حيث الإنتاجية.

النموذج الرياضي للتصميم

$$y_{ijk} = \mu + R_j + C_k + T_i + \varepsilon_{ijk}$$

حيث ان

y_{ijk} قيمة اي مشاهدة تأخذ المعاملة i في الصف j في العمود k

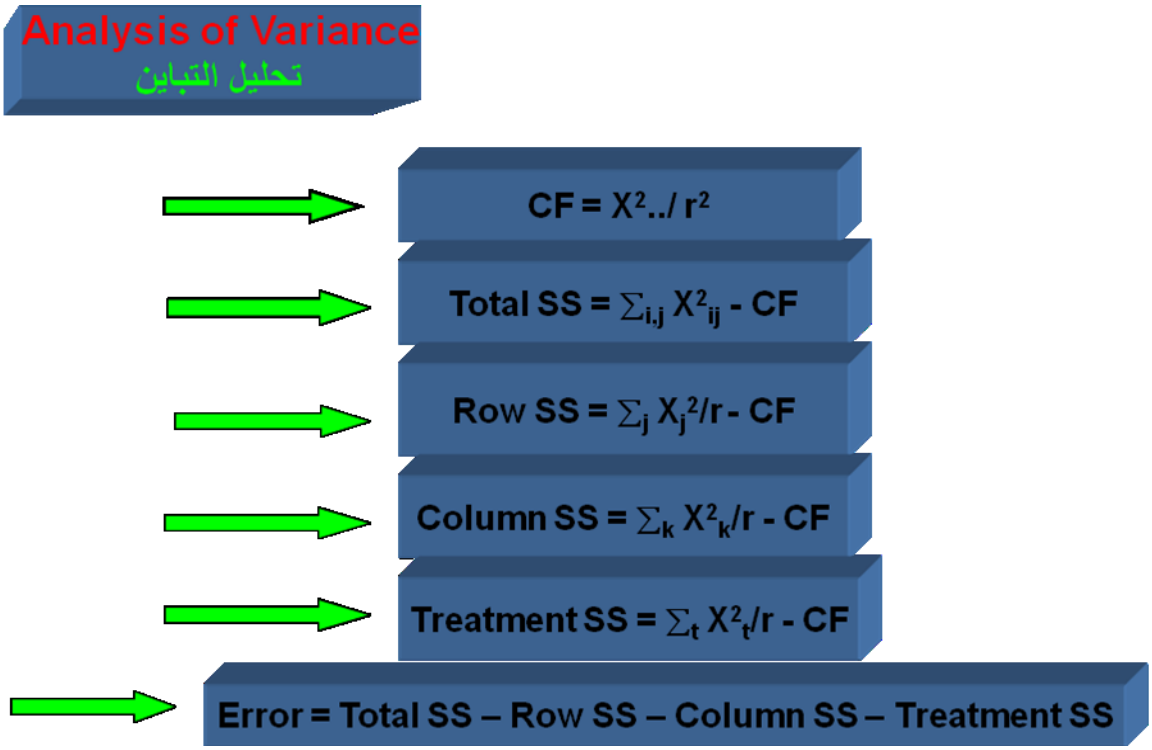
μ المتوسط العام للتجربة

R_j تأثير الصفوف

C_k تأثير الاعمدة

T_i تأثير المعاملات

ε_{ijk} تأثير الخطأ التجريبي



ANOVA Table

SOV	df	SS	MS	$F_{cal.}$
Rows	r-1	SSR	SSR/r-1	R_{MS}/E_{MS}
Columns	c-1	SSC	SSC/c-1	C_{MS}/E_{MS}
Treatments	t-1	SST	SST/t-1	T_{MS}/E_{MS}
Error	(t-1)(t-2)	SSE	SSE/(t-1)(t-2)	$Ft_{\alpha} = (t-1), (t-1)(t-2)$
Total	t^2-1	TSS		

- **مثال :** فى تجربة لمقارنة ٥ أنواع من العلائق (A, B, C, D, E) على كمية إنتاج الحليب فى الجاموس ، خصص ٥ حيوانات للتجربة ذات أعمارمختلفة و ٥ فترات ، كل فترة تساوي شهر. يبين الشكل التالى توزيع المعاملات و مصادر الإختلاف.
- المطلوب:

١. إختبار تأثير العلائق على انتاج الحليب.
٢. أي عليقة تعطي تأثير أفضل على كمية الحليب.

Mon. / Anim. No.	Mon.1	Mon.2	Mon.3	Mon.4	Mon.5	Total
1	257 B	230 E	279 A	287 C	202 D	1255
2	245 D	283 A	245 E	280 B	260 C	1313
3	182 E	252 C	280 B	246 D	250 A	1210
4	203 A	204 D	227 C	193 E	259 B	1086
5	231 C	271 B	266 D	324 A	338 E	1430
Total	1118	1240	1297	1330	1309	6294

- H_0: $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5$
- H_1: $T_1 \# T_2 \# T_3 \# T_4 \# T_5$
-
- A = 203 + 283 + 279 + 324 +250 = 1339
- B = 257 + 271 + 280 + 280 + 259 = 1347
- C = 231 + 252 + 227 + 287 + 260 = 1257
- D = 245 + 204 + 266 + 246 + 202 = 1163
- E = 182 + 230 + 245 + 193 + 338 = 1188
- Total = 6294

CF = $(6294)^2$ / 25 = 1584577.44

Total SS = $(257)^2 + (245)^2 + (182)^2 + \ldots + (338)^2$ – CF
= 1619608 – 1584577.44 = 35030.56

Row SS = { $(1255)^2 + (1313)^2 + \ldots + (1430)^2$ }/5 – CF
= 7987390/5 - 1584577.44 = 12900.56

Column SS = { $(1118)^2 + \ldots + (1309)^2$ }/5 – CF
= 7952114/5 - 1584577.44 = 5845.36

Treatment SS = { $(1339)^2 + \ldots + (1188)^2$ }/5 – CF
= 7951292/5 - 1584577.44 = 5680.96

Error SS = 35030.56 - 12900.56 - 5845.36
- 5680.96 = *10603.68*

١٥

SOV	df	SS	MS	$F_{cal.}$
Row SS (Animals)	5 - 1 = 4	12900.56	3225.14	3225.14/883.64 = 3.65*
Column SS (Months)	5 - 1= 4	5845.36	1461.34	1461.34/883.64 = 1.65
Treatment SS (Feeding source)	5 - 1 = 4	5680.96	1420.24	1420.24/883.64 = 1.61
Error SS	4*3 = 12	10603.68	883.64	$Ft_{(0.05)}$, 4, 12 = 3.26
Total	25	35030.56		

الكفاءة النسبية لتصميم LS
(Relative Efficiency)

- وهي إختبار تأثير الصفوف و الأعمدة في تصميم المربع اللاتيني مقارنة بما كان متوقعاً في حالة استخدام CRD
- تستخدم معادلة الكفاءة النسبية التالية:

$$RE = \frac{MSR + MSC + (t-1)MSE}{(t+1)MSE} \times 100\%$$

- كما يمكننا أيضاً إيجاد الكفاءة النسبية لتصميم LS مقارنة بتصميم RCBD ، هناك كفاءة نسبية للصفوف وأخرى للأعمدة.
- الصفوف:

$$RE = \frac{MSC + (t-1)MSE}{(t)MSE} \times 100\%$$

- الأعمدة:

$$RE = \frac{MSR + (t-1)MSE}{(t)MSE} \times 100\%$$

المحاضرة الثامنة

التجارب العاملية

Factorial Experiments

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

التجارب العاملية

Factorial Experiments

- **التجربة العاملية هي تجربة تكون فيها المعاملات عبارة عن مجموعة من التوافيق (Combinations) بين عدة مستويات (Levels) لعدة عوامل (Factors) .**
- **فهي إذن ليست بتصميم مثل التصميم التام التعشية أو تصميم القطاعات العشوائية أو تصميم المربع اللاتيني ولكن تتميز بنوعية المعاملات المدخلة في التجربة .**
- **تطبق هذه المعاملات في أي من التصميمات المعروفة .**
- **ويعرف العامل بأنه نوع من المعاملة التي تحتوي على تقسيمات متعددة تسمى بالمستويات وهي إما تكون كمية لعامل كمي كالحرارة أو وصفية لعامل وصفي مثل التربة .**

الميزة الأساسية للتجارب العاملية

- **يود باحث في ميدان الإنتاج الزراعي إدخال صنف جديد من الذرة في منطقة معينة لم يسبق وأن زرعت بها الذرة ، أي يجهل كل خصائص زراعتها .**
- **ما هو أفضل وقت للزراعة؟**

فستكون هناك العديد من الأسئلة المطروحة للبحث مثل :

ماهي كمية التقاوي للدونم؟

ماهي الأسمدة الضرورية لها وماهي مستوياتها؟

ماهي كمية المياه المطلوبة؟

ماهي نوعية التربة المفضلة؟

ما هي افضل طريقة للزراعة

ماهي أفضل المسافات بين النباتات داخل الصفوف وبين الصفوف؟

- ولدراسة تأثير كل هذه العوامل على إنتاج الذرة فقد يقوم الباحث بنهج التجارب ذات العامل الواحد (One factor experiment)
- هناك بعض المشاكل في التجارب ذات العامل الواحد مثل ارتباط كمية الري بنوعية التربة وكمية السماد بكمية التقاوي ويعبر عن هذه التأثيرات المشتركة بالتداخلات (Interactions) .
- قد تكون هذه التفاعلات ذات أهمية كبيرة في التجربة بحيث لا يمكن تجاهلها ، ومن هنا فمن الأفضل إدخال كل العوامل في تجربة واحدة.
- بهذا المثال تتضح الأهداف الرئيسية للتجارب العاملية وهي تحديد أهم العوامل و أفضل مستوياتها واكتشاف ما إذا كان هناك تفاعلات بينها .

معاملات تجربة عاملية 2 X 3

		A		
		a1	a2	a3
B	b1	a1b1	a2b1	a3b1
	b2	a1b2	a2b2	a3b2

مزايا التجارب العاملية

١. تقليل التكلفة والوقت .
٢. إكتشاف التداخلات او التفاعلات وتقديرها .
٣. تكون الإستنتاجات المستخلصة من التجارب العاملية صالحة لظروف تجريبية مختلفة نظراً لدراسة تأثير عامل معين عند عدة مستويات العوامل الأخرى .
٤. أكثر كفاءة من التجارب البسيطة .

عيوب التجارب العاملية

١. يكبر حجم التجربة بإزدياد عدد العوامل مما يترتب عليه صعوبة الحسابات والتحليل الإحصائي وتفسير النتائج وبذلك تصبح التجربة مكلفة .
٢. يصعب تطبيق التجارب العاملية الكبيرة في الحقل أو المختبر إضافة إلى أنها تزيد في قيمة الخطأ التجريبي نتيجة لعدم تجانس الوحدات التجريبية .
٣. يصعب تفسير التداخلات او التفاعلات ذات الدرجات العليا مثل التفاعلات الثلاثية التي بين ثلاثة عوامل أو التفاعلات التي بين أكثر من ثلاثة عوامل .

حساب عدد معاملات التجربة

- يرمز لعدد العوامل (Factors) بالرمز n وإلى مستويات كل عامل بالرمز P وعلى ذلك فإن عدد المعاملات

$$= P_1 \times P_2 \times P_3 \times \ldots \times P_n$$

- وفي حالة إذا ما كانت عدد المستويات متساوية لجميع العوامل فإن عدد المعاملات يساوي P^n وعدد المعاملات عند دراسة 3 عوامل كل منها بأربع مستويات = 4^3 = 64.
- أما إذا كان عدد مستويات العامل الأول يساوي 5 ومستويات العامل الثاني = 2 ومستويات العامل الثالث = 4 فإن عدد المعاملات = 5 x 2 x 4 = 40 معاملة.

التأثيرات الرئيسية و التفاعل Main Effects and Interactions

- أن التأثير الرئيسي لأحد العوامل (Main effect of a factor) هو مقياس للتغير في الإستجابة (Response) تبعاً لتغير في مستويات هذا العامل. وتسمى هذه التأثيرات بالرئيسية لأنها تحظى بأكثر الإهتمام في التجربة.
- التأثير البسيط للعامل (Simple effect of a factor) هو الفرق في الإستجابة بين مستويي عامل عند مستوى معين لعامل آخر.
- و التأثير الرئيسي للعامل هو متوسط تأثيراته البسيطة.
- أما التفاعل (Interaction) فهو الإختلاف في الإستجابة بين مستويات عامل معين نتيجة لتغير مستويات عامل آخر.

مثال توضيحي

- لنفترض أن تجربة عاملية تحتوي على العاملين A و B كل منهما له مستويان حيث A هو عامل التسميد بمستويين a_1 و a_2 و B هو ميعاد الزراعة بتاريخين b_1 و b_2 و المراد دراسة تأثيرهما على محصول القمح .

		A		Effect			
		a_1	a_2	Mean	Simple	Main	Interaction
B	b_1	4.25	3.81	4.03	-0.44	0.11	1.10
	b_2	3.97	4.63	4.30	0.66		
Mean		4.11	4.22				
Simple		-0.28	0.82				
Main		0.27					
Interaction		1.10					

١. التأثير البسيط للعامل :

في هذه التجربة هناك تأثيران بسيطان للعامل A وآخران للعامل B . فالتأثير البسيط للعامل A عند ميعاد الزراعة b_1 هو 0.44- وعند ميعاد الزراعة b_2 هو 0.66 . والتأثير البسيط للعامل B هو 0.28- عند a_1 و 0.82 عند a_2 .

٢. التأثير الرئيسي للعامل :

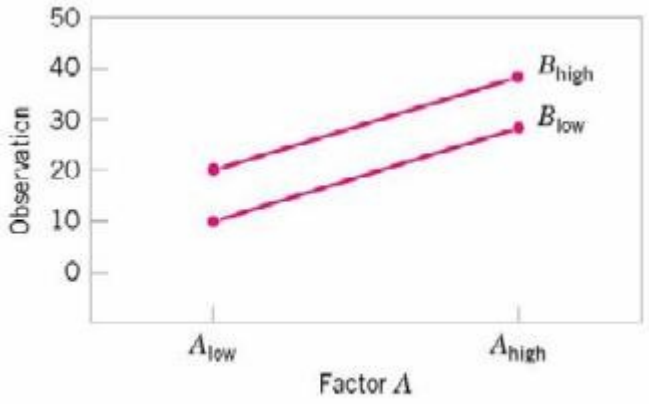
هو عبارة عن متوسط التأثيرات البسيطة للعامل . لذلك فالتأثير الرئيسي للعامل A هو 0.27 و للعامل B هو 0.11 . ولهذا فزيادة السماد من مستوى a_1 إلى مستوى a_2 تنتج عنها زيادة في متوسط الإستجابة أو المحصول قدرها 0.27 طن في الدونم . وتغير ميعاد الزراعة من b_1 إلى b_2 ينتج عنه أيضاً زيادة في المحصول قدرها 0.11 طن في دونم

٣. التداخل او التفاعل :

هو الفرق بين التأثيرات البسيطة وهو 1.10 . وإذا ما وجد تفاعل يصبح التركيز على التأثيرات الرئيسية للعوامل بدون فائدة ، والأصح بدلاً من دراسة متوسطات العامل A ومتوسطات العامل B على حدة ندرس متوسطات التفاعل AB .

A Factorial Experiment without Interaction

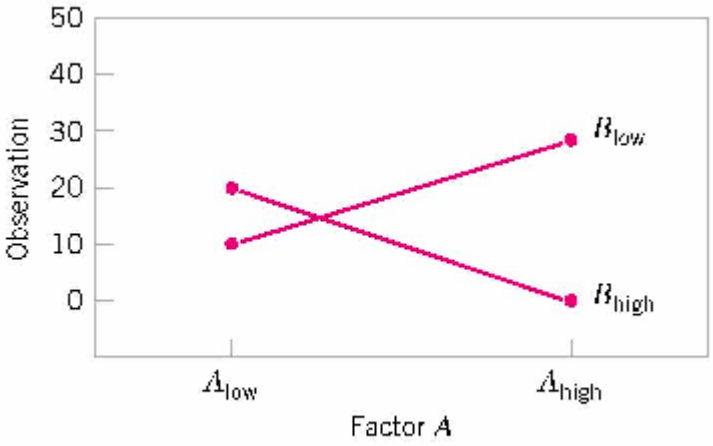
Factor A	Factor B	
	B_{low}	B_{high}
A_{low}	10	20
A_{high}	30	40



Factorial experiment, no interaction.

A Factorial Experiment with Interaction

Factor A	Factor B	
	B_{low}	B_{high}
A_{low}	10	20
A_{high}	30	0



Factorial experiment, with interaction.

المحاضرة التاسعة

التجارب العاملية

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

النموذج الرياضي فى التجارب العاملية (معادلة تحليل التباين)

النموذج الرياضي لتجربة عاملية في التصميم العشوائي الكامل

- **وبما أن تأثير أى معاملة فى التجارب العاملية يمكن ارجاعها الى التأثير العام للعامل الأول (A) والتأثير العام للعامل الثانى (B) والتفاعل بينهم (AB) لذا فان معادلة تحليل التباين فى هذه الحالة يمكن كتابتها على النحو التالى:**

$$y_{ijk} = \mu + \{ \ A_i + B_j + (AB)_{ij} \ \} + \varepsilon_{ijk}$$

A_i تأثير العامل A B_j تأثير العامل B $(AB)_{ij}$ تأثير التفاعل بين B & A

جدول تحليل التباين للتصميم العشوائى الكامل

خطوات تحليل التباين

١- حساب معامل التصحيح

$$C.F = \frac{X_{...}^2}{abr}$$

٢-حساب مجموع المربعات الكلي

$$SSTotal = \sum X_{ijk}^2 - C.F$$

٣-عمل جدول مجاميع A و B

٤- حساب مجموع مربعات A

$$SSA = \frac{\sum X_{i..}^2}{br} - C.F$$

٥- حساب مجموع مربعات B

$$SSB = \frac{\sum X_{.b.}^2}{ar} - C.F$$

٦- حساب مجموع مربعات AB

$$SSAB = [\frac{\sum X_{ij.}^2}{r} - C.F] - SSA - SSB$$

٧- حساب مجموع مربعات الخطأ التجريبي SSe

$$SSe = SST - SSA - SSB - SSAB$$

٨- تلخيص النتائج اعلاه في جدول تحليل التباين ادناه:

S.O.V	df	SS	MS	F-cal
A	a-1	SSA	MSE=SSA/a-1	MSA/MSe
B	b-1	SSB	MSB=SSB/b-1	MSB/MSe
AB	(a-1)(b-1)	SSAB	MSAB=SSAB/(a-1)(b-1)	MSAB/MSe
Error	ab(r-1)	SSe	MSe=SSe/ab(r-1)	
Total	Abr-1	SST		

مثال لتجربة عاملية في CRD

أجريت تجربة عاملية لإختبار تأثير و تداخل عاملين ، العامل الأول A هو الحرارة بثلاثة مستويات 20- , 15- , 10- والعامل الثاني B هو عامل مدة التخزين بالأسابيع 2 , 4 , 6 , 8 ، على حامض الأسكربك (Ascorbic acid) في الفاصوليا الخضراء . جمعت الكمية الضرورية من الفاصوليا ووزعت إلى ٣٦ مجموعة (وحدة تجريبية) ثم استلمت كل مجموعة معاملة معينة من ١٢ معاملة عاملية ، بحيث كررت كل واحدة ثلاث مرات . وكانت نتائج هذه التجربة على النحو الموضح بالجدول .

Temp.	Weeks				Sum
	2	4	6	8	
$T_1 = -20$	15	17	15	14	184
	16	15	16	17	
	14	15	14	16	
$T_2 = -15$	15	12	13	12	**166**
	15	15	15	13	
	16	15	14	11	
$T3 = -10$	11	11	8	6	**100**
	11	9	7	5	
	12	8	6	6	
Sum	125	117	108	100	450

١-- حساب معامل التصحيح

$$C.F = \frac{X_{...}^2}{abr} = \frac{(450)^2}{36} = 5625$$

٢-حساب مجموع المربعات الكلي

$$SSTotal = \sum X_{ijk}^2 - C.F = (15)^2 + (17)^2 + ... + (6)^2 - 5625 = 431$$

٣-عمل جدول مجاميع A و B

Temp.	Weeks			
	2	4	6	8
$T_1 = -20$	15	17	15	14
	16	15	16	17
	14	15	14	16
	45	47	45	47
$T_2 = -15$	15	12	13	12
	15	15	15	13
	16	15	14	11
	46	42	42	36
$T_3 = -10$	11	11	8	6
	11	9	7	5
	12	8	6	6
	34	28	21	17

٤- حساب مجموع مربعات A

$$SSA = \frac{\sum X_{i..}^2}{br} - C.F = \frac{\sum (184)^2 + (166)^2 + (100)^2}{12} - 5625 = 326$$

٥- حساب مجموع مربعات B

$$SSB = \frac{\sum X_{.b.}^2}{ar} - C.F = \frac{\sum (125)^2 + (117)^2 (108)^2 + (100)^2}{9} - 5625 = 39.22$$

٦- حساب مجموع مربعات AB

$$SSAB = [\frac{\sum X_{ij.}^2}{r} - C.F] - SSA - SSB$$

$$SSAB = [\frac{(45)^2 + (47)^2 + ... + (17)^2}{3} - 5625 - 326 - 39.22 = 35.78$$

٧- حساب مجموع مربعات الخطأ التجريبي SSe

$$SSe = SST - SSA - SSB - SSAB$$

$$SSe = 431 - 326 - 39.22 - 35.78 = 30$$

٨- تلخيص النتائج اعلاه في جدول تحليل التباين ادناه:

ANOVA Table

S.O.V.	d.f	SS	MS	F cal.	P-value
Temperature	2	326.00	163.00	130.40	<0.001
Weeks	3	39.22	13.07	10.50	<0.001
Temp*weeks	6	35.78	5.96	4.8	<0.003
Error	24	30.00	1.25		
Total	35	431.00			

ومن جدول تحليل التباين يتضح أن:-

١. التأثيرات الرئيسية لكل من الحرارة و مدة التخزين معنوية جداً
٢. التفاعل بينهما معنوى جداً، أى أن التأثير البسيط للحرارة يختلف من مستوى إلى آخر عن مستويات مدة التخزين
٣. وعليه لا يمكن الاكتفاء بالتأثيرات الرئيسية لتدل على التأثير البسيط بل يجب مقارنة وحساب التأثيرات البسيطة لكل من الحرارة ومدة التخزين

إجراء المقارنة المتعددة بين متوسطات التداخل

- **بما أن التفاعل معنوي فيمكن إجراء المقارنة المتعددة بين متوسطات التفاعل لتحديد أنسب و أحسن المعالجات المعاملات في هذه التجربة .**
- **والخطأ المعياري للفرق بين أي متوسطي التداخل هو :**

$$S_{\bar{X}_{ij}-\bar{X}_{ij}} = \sqrt{2MSE / r}$$

- **وباستخدام طريقة LSD فتكون قيمة أقل فرق معنوي عند مستوى المعنوية α=0.05 كما يلي :**

$$LSD = t_{(1-\alpha/2,ab(r-1))} \cdot S_{\bar{X}_{ij}-\bar{X}_{ij}}$$

$$S_{\bar{X}_{ij}-\bar{X}_{ij}} = \sqrt{2MSE / r} = \sqrt{2(1.25) / 3} = 0.913$$

$$LSD = (t_{(1-\alpha/2,3X4(3-1))})(0.913) = (t_{(1-\alpha/2,24)})(0.913)$$

$$LSD = (2.064)(0.913) = 1.884$$

جدول متوسطات التفاعل بين درجة الحرارة و مدة التخزين

Temp.	Weeks			
	2	4	6	8
T_1 = -20	15.00	15.67	15.00	15.67
T_2 = -15	15.33	14.00	14.00	12.00
T_3 = -10	11.33	9.33	7.00	5.67

وبعد ترتيب المتوسطات تنازلياً و اختبار الفروق بينها نحصل على التالي :

	Combinations	Xi	Xi-X9	Xi-X8	Xi-X7	Xi-X6	Xi-X5	Xi-X4	Xi-X3	Xi-X2
1	a_1b_2, a_1b_4	15.67	10.00	8.67	6.34	4.34	3.67	1.67	0.67	0.34
2	a_2b_1	15.33	9.66	8.33	6.00	4.00	3.33	1.33	0.33	
3	a_1b_1, a_1b_3	15.00	9.33	8.00	5.67	3.67	3.00	1.00		
4	a_2b_2, a_2b_3	14.00	8.33	7.00	4.67	2.67	2.00			
5	a_2b_4	12.00	6.33	5.00	2.67	0.67				
6	a_3b_1	11.33	5.66	4.33	2.00					
7	a_3b_2	9.33	3.66	2.33						
8	a_3b_3	7.00	1.33							
9	a_3b_4	5.67								

التجارب العاملية في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة

النموذج الرياضي

$$X_{ijk} = \mu + R_k + A_i + B_j + (AB)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

قيمة اي مشاهدة = المتوسط العام + تأثير القطاع + تأثير العامل A + تأثير العامل B + تأثير التداخل + الخطأ التجريبي

جدول تحليل التباين

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F
Blocks	SS_R	r - 1	$MS_R = \frac{SS_A}{r-1}$	$F = \frac{MS_R}{MS_E}$
A	SS_A	a - 1	$MS_A = \frac{SS_A}{a-1}$	$F = \frac{MS_A}{MS_E}$
B	SS_B	b - 1	$MS_B = \frac{SS_B}{b-1}$	$F = \frac{MS_B}{MS_E}$
Interaction	SS_{AB}	(a – 1)(b – 1)	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	$F = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Error	SS_E	(ab-1)(r-1)	$MS_E = \frac{SS_E}{(ab-1)(r-1)}$	
Total	SS_T	abr - 1		

مثال لتجربة عاملية في RCBD

- أجريت تجربة عاملية في محطة أبحاث زراعية على صنف البطاطس Ajax . واستخدم لهذه التجربة تصميم القطاعات العشوائية الكاملة لست معاملات عاملية 3 X 2 ، حيث العامل A هو تاريخ رش مبيد فطري بمستويين a_1 : بعد ٨٠ يوماً من الزراعة و a_2 : بعد ٩٥ يوماً من الزراعة ، والعامل B هو تركيز المبيد بثلاثة مستويات : $b_1 = 0$, $b_2 = 3$, $b_3 = 5$ L/ha . وعرضت بيانات محصول البطاطس في الجدو التالي :

Date	Dose	Blocks				Sum	Sum
		1	2	3	4		
a_1	b_1	24.10	23.66	22.05	22.20		203.63
	b_2	19.30	18.14	18.70	20.05		
	b_3	19.34	18.89	20.18	19.92	246.53	
a_2	b_1	29.30	30.69	25.00	26.63		156.88
	b_2	20.42	22.25	18.77	19.25		
	b_3	21.98	22.40	20.20	19.20	276.09	162.11
Sum		134.44	136.03	124.90	127.25	522.62	522.62

$$CF = \frac{X^2}{abr} = \frac{(522.62)^2}{24} = 11380.49$$

$$SST = \sum_{i}^{a}\sum_{j}^{b}\sum_{k}^{r} Y_{ijk}^2 - CF = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4} Y_{ijk}^2 - CF = (24.10)^2 + (23.66)^2 + \ldots + (19.20)^2 - 11380.49$$

$$SST = 11638.79 - 11380.49 = 258.31$$

$$SSR = \frac{\sum Y_{..k}^2}{ab} - CF = \frac{\sum Y_{..k}^2}{ab} - CF = \frac{(134.44)^2 + (136.03)^2 + (124.90)^2 + (127.25)^2}{6} - 11380.49$$

$$SSR = \frac{68370.85}{6} - 11380.49 = 11395.14 - 11380.49 = 14.66$$

$$SSA = \frac{\sum_{i}^{a} Y_{i}^2}{br} - CF = \frac{\sum_{i=1}^{2} Y_{i}^2}{br} - CF = \frac{(246.53)^2 + (276.09)^2}{12} - 11380.49$$

$$SSA = \frac{(246.53)^2 + (276.09)^2}{12} - 11380.49 = \frac{137002.7}{12} - 11380.49 = 11416.89 - 11380.49 = 36.41$$

$$SSB = \frac{\sum_{j}^{b} Y_j^2}{ar} - CF = \frac{\sum_{j=1}^{3} Y_j^2}{ar} - CF = \frac{(203.63)^2 + (156.88)^2 + (162.11)^2}{8} - 11380.49 = 164.03$$

$$SSAB = \frac{\sum_{i}^{a}\sum_{j}^{b} Y_{ij}^2}{r} - SSA - SSB - CF = \frac{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3} Y_{ij}^2}{r} - SSA - SSB - CF$$

$$SSAB = \frac{(91.02)^2 + (76.19)^2 + ... + (83.78)^2}{4} - 36.41 - 164.03 - 11380.49$$

$$SSAB = \frac{46395.33}{4} - 36.41 - 164.03 - 11380.49 = 17.91$$

$$SSE = SST - SSR - SSA - SSB - SSAB = 258.31 - 14.66 - 36.41 - 164.03 - 17.91 = 25.31$$

SOV	df	SS	MS	Fcal.	Ftab.
Blocks	3	14.66	4.89		
A	1	36.41	36.41	21.58	$F_{0.95,\ 1,15} = 4.45$
B	2	164.03	82.02	48.62	$F_{0.95,\ 1,15} = 3.68$
AB	2	17.90	8.95	5.31	
Error	15	25.31	1.69		
Total	23	258.31			

Date	Dose	Blocks				
		1	2	3	4	
A_1	B_1	24.10	23.66	22.05	22.20	23.00
	B_2	19.30	18.14	18.70	20.05	19.05
	B_3	19.34	18.89	20.18	19.92	19.58
A_2	B_1	29.30	30.69	25.00	26.63	27.91
	B_2	20.42	22.25	18.77	19.25	20.17
	B_3	21.98	22.40	20.20	19.20	20.95

متوسطات التفاعل لتجربة البطاطس
بين تاريخ رش وتركيز المبيد الفطري

		B		
		b_1	b_2	b_3
A	a_1	23.00	19.05	19.58
	a_2	27.91	20.17	20.95

إجراء المقارنة المتعددة بين متوسطات التداخل

- بما أن التفاعل معنوي فيمكن إجراء المقارنة المتعددة بين متوسطات التفاعل لتحديد أنسب و أحسن المعالجات العاملية في هذه التجربة .
- والخطأ المعياري للفرق بين أي متوسطي التفاعل هو :

$$S_{\bar{x}_{ij}-\bar{x}_{ij}} = \sqrt{2MSE / r}$$

- وباستخدام طريقة LSD فتكون قيمة أقل فرق معنوي محفوظ عند مستوى المعنوية α=0.05 كما يلي :

$$LSD = t_{(1-\alpha/2,(ab-1)(r-1))} \times S_{\bar{X}_{ij}-\bar{X}_{ij}}$$

$$S_{\bar{X}_{ij}-\bar{X}_{ij}} = \sqrt{2MSE / r} = \sqrt{2(1.69)/4} = 0.919$$

$$LSD = (t_{(1-\alpha/2,(2X3-1)(4-1))})(0.919) = (t_{(1-\alpha/2,15)})(0.919)$$

$$LSD = (2.131)(0.919) = 1.958$$

وبعد ترتيب المتوسطات تنازلياً و اختبار الفروق بينها نحصل على التالي :

No.	Combin.	X_i	X_i-X_6	X_i-X_5	X_i-X_4	X_i-X_3	X_i-X_2
1	a_2b_1	27.91	8.86	8.33	7.74	6.96	4.91
2	a_1b_1	23.00	3.95	3.42	2.83	2.05	
3	a_2b_3	20.95	1.90	1.37	0.78		
4	a_2b_2	20.17	1.12	0.59			
5	a_1b_3	19.58	0.53				
6	a_1b_2	19.05					

- تدل هذه النتائج على أن أفضل محصول للبطاطس كان مع المعاملة a_2b_1 أي بدون رش المبيد الفطري ، وثاني أفضل محصول هو عند a_1b_1 وهو أيضاً بدون رش المبيد ،
- وهذا لايعني أن ليست هناك فائدة من وراء استخدام المبيد . ربما كان الموسم الذي أجريت فيه التجربة يختلف من حيث ظروف المناخ .
- المطلوب إذن تكرار التجربة لعدد من السنوات لتغطية الإختلافات السنوية والتأكد من الفائدة ، إن وجدت ، لهذا المبيد الفطري.

المحاضرة العاشرة

تصميم الالوح (القطع) المنشقة

Split Plot Design

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

- يستعمل هذا التصميم بصورة متكررة في التجارب العاملية
- يمكن اعتباره إحدى صور التصميم العشوائي في قطاعات غير كاملة Incomplete Block Design
- يكون الاهتمام بعاملين على الأقل لكل منهما عدة مستويات ويطلق على مستويات أحد العاملين المعاملات الرئيسية (توزع على الالواح الكبيرة) وعلى مستويات العامل الآخر بالمعاملات الثانوية (توزع على الالواح الصغيرة)
- الالواح الكبيرة Main plots قد يتم تنظيمها على أساس أي من التصميمات الأساسية التي سبق لنا دراستها.

مميزات استخدام تجارب الالواح المنشقة

- يستخدم في الحالات التي تحتاج فيها بعض العوامل إلى دقة أكثر من العوامل الأخرى وتوزع العوامل التي تحتاج إلى معلومات أدق (العوامل الثانوية) على الالواح الثانوية Sub plots لأنها أكثر تجانساً من الالواح الرئيسية بينما توزع المعاملات الأقل أهمية على الالواح الرئيسة Main plots والتي تكون أكبر حجماً من الأولى.
- يستخدم هذا النوع من التصميمات عندما يكون من الصعب تطبيق بعض المعاملات في قطع صغيرة مثل معاملات أعماق الحراثه ونوعها والري واستعمال المبيدات والهرمونات التي تحتاج إلى قطع كبيرة.

وبناء على ما سبق يمكن القول :

- نظراً لأنه في تجارب الالواح المنشقة من المتوقع أن تكون الاختلافات بين الالواح الثانوية أقل منها بين الالواح الكاملة فإن العوامل التي تحتاج إلى كميات أقل من المواد التجريبية أو حجم أقل من الالواح التجريبية أو التي تكون لها أهمية أكبر أو التي يتوقع أن تكون الاختلافات بين مستوياتها أصغر أو تلك التي يراد عنها – لأي سبب من الأسباب – درجة أعلى من الدقة ، فإن مثل هذه العوامل هي التي يخصص لها الالواح الثانوية.

عيوب استخدام تجارب الالواح المنشقة

- المعاملات التي تطبق على الالواح الرئيسية تقاس بدرجة دقة أقل .
- صعوبة التحليل عند فقد بعض المشاهدات.

الأخطاء التجريبية فى تجارب الالواح المنشقة

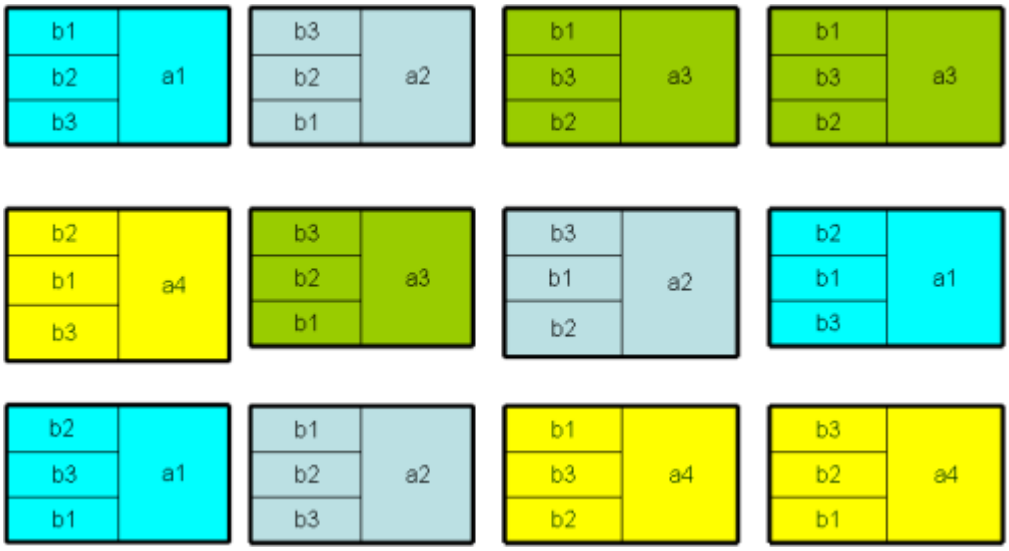
- يوجد خطأن في هذا النوع من التصميمات هما:-
- الخطأ (a) يستخدم لاختبار معاملات الالواح الرئيسية وتكون قيمته عالية لأنه يشمل تباين الالواح الرئيسية وتباين الالواح الثانوية الموجودة داخل الالواح الرئيسية.
- الخطأ (b) يستخدم لاختبار المعاملات الثانوية والتداخل وذلك لأن الالواح الثانوية تكون متجانسة إلى حد ما في الخصوبة

التحليل الإحصائى للبيانات

- يختلف التحليل الإحصائي للبيانات للتجارب المطبقة لتصميم الالواح المنشقة باختلاف التصميم المطبق لتوزيع المعاملات الرئيسية.
- ويجب أن يوضع في الإعتبار أن:-
  - المعاملات التي خصصت للالواح الرئيسية توزع عشوائياً عليها حسب التصميم الذي وقع عليه الاختيار للا لواح الرئيسية.
  - المعاملات المخصصة للالواح الثانوية توزع عشوائياً على الالواح الثانوية داخل كل لوح رئيسي مع ملاحظة أن يجرى توزيع عشوائي مستقل لكل الالواح الرئيسية وللالواح الثانوية داخلها.

الالواح الكاملة في تصميم عشوائي كامل
Main Plots in CRD

- الشكل التنفيذي لتجربة عاملية 3x4 مع تكرار كل معاملة ثلاث مرات (العامل A ذو أربع مستويات a=4 والعامل B ذو ثلاث مستويات b=3 ، r=3).



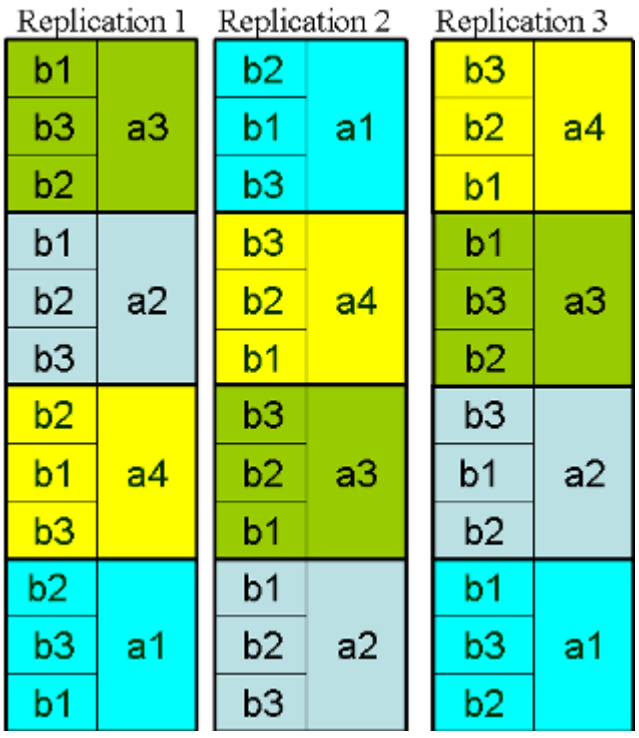
مصدر التباين ودرجات الحرية للتجربة العاملية 3x4 في قطع منشقة و تصميم عشوائي كامل

S.O.V	d.f
A	(a-1)= 3
Error (a)	a(r-1)= 8
B	(b-1)= 2
AB	(a-1)(b-1)= 6
Error(b)	a(b-1)(r-1)= 16
Total	abr-1= 35

القطع الكاملة في تصميم قطاعات عشوائية كاملة

Main Plots in R.C.B.D

- **الشكل التنفيذي للتجربة العاملية السابقة- قطع كاملة (3x4، R=3). في تصميم قطاعات عشوائية كاملة :**



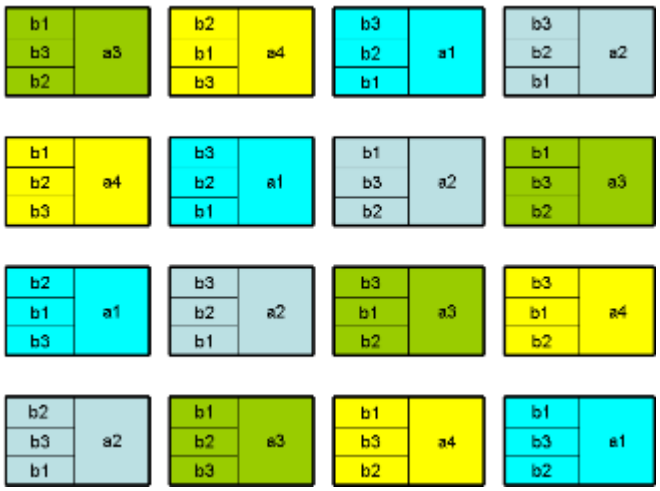
مصادر التباين ودرجات الحرية للتجربة العاملية 3x4 في قطع منشقة و تصميم قطاعات عشوائية كاملة
Main Plots in RCBD

S.O.V	d.f
Blocks	(r-1)= 2
A	(a-1)= 3
Error (a)	(a-1)(r-1)= 6
B	(b-1)= 2
AB	(a-1)(b-1)= 6
Error(b)	a(b-1)(r-1)= 16
Total	abr-1= 35

القطع الكاملة في تصميم مربع لاتيني
Main Plots in a Latin Design

- إذا ما أردنا استخدام تصميم المربع اللاتيني بالنسبة للالواح الكاملة فإن عدد الالواح الكاملة لابد وأن يساوي مربع عدد مستويات العامل المخصص للالواح الكاملة وعلى ذلك إذا أردنا تطبيق التجربة العاملية السابقة **3x4** بهذه الصورة وكان العامل **A** هو المخصص للالواح الكاملة فإننا سنحتاج إلى عدد من الوحدات الكاملة يساوي $a^2=4^2=16$ ثم تقسم كل وحدة كاملة إلى عدد من الوحدات الثانوية يساوي **b** أي إلى ثلاث وحدات ثانوية ، ومن الممكن أن يكون الشكل التنفيذي كالتالي:

الشكل التنفيذى لتجربة القطع الكاملة في تصميم مربع لاتيني
Main Plots in a Latin Design



مصدر التباين ودرجات الحرية للتجربة العاملية 3x4 في قطع منشقة و تصميم مربع لاتيني
Main Plots in a Latin Design

S.O.V	d.f
Rows	(a-1)= 3
Columns	(a-1)= 3
A	(a-1)= 3
Error (a)	(a-1)(a-2)= 6
B	(b-1)= 2
AB	(a-1)(b-1)= 6
Error(b)	a(a-1)(b-1)= 24
Total	a^2b-1= 47

النموذج الرياضي لتجربة فى تصميم القطع المنشقة في صورة قطاعات

- $X_{ijk} = \mu + (r)_k + (A)_i + e_{ik} + (B)_j + (AB)_{ij} + e_{ijk}$
- حيث :
- μ المتوسط العام للتجربة
- $(r)_k$ تأثير المكررات
- A_i تأثير العامل A
- e_{ik} تأثير الخطأ التجريبي للقطع الرئيسية
- B_j تأثير العامل B
- AB_{ij} تأثير التفاعل بين العامل A و B
- e_{ijk} تأثير الخطأ التجريبي للقطع المنشقة (الثانوية)

المحاضرة الحادية عشر

تصميم الالواح المنشقة

Split Plot Design

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

- **مثال**
- **أجريت تجربة على نباتات الذرة البيضاء وذلك بغرض دراسة تأثير عاملين هما موعد الزراعة ويرمز له بالعامل (A) وتشمل ثلاثة مواعيد للزراعة هي (a1, a2, a3) والعامل الثاني هو مسافات الزراعة ويرمز له بالعامل (B) وتشمل ثلاث مسافات زراعة بين النباتات هي (b1, b2, b3) على إنتاجية محصول العلف الأخضر للذرة البيضاء وقد طبقت التجربة في صورة تصميم الالواح المنشقة مع استخدام تصميم القطاعات العشوائية الكاملة والجدول التالي يبين نتائج التجربة.**
-

Sowing date(A)	Distance between plants (B)	المكررات				Total
		1	2	3	4	
a1	b1	١٦,٢٠	٢٥,٣٣	٢٦,١١	٣٠,٩٤	٩٨,٥٨
	b2	١٠,٧٢	١١,٧٧	٢٣,٨٣	٢٨,٣٨	٧٤,٧٠
	b3	٤,١٦	١٥,٧٢	١٨,٠٥	١٦,٣٨	٥٤,٣١
		٣١,٠٨	٥٢,٨٢	٦٧,٩٩	٧٥,٧	٢٢٧,٥٩
a2	b1	٢٠,٢٢	٢٧,٦٦	٢٥,٥٥	٢٥,٥٥	٩٨,٩٨
	b2	١٩,٣٣	٢١,٧٧	٢٧,٦٦	٢٤,٠٠	٩٢,٧٦
	b3	٢٢,٣٣	١٩,٣٨	٢٦,٥٥	١٩,٠٥	٨٧,٣١
		٦١,٨٨	٦٨,٨١	٧٩,٧٦	٦٨,٦	٢٧٩,٠٥
a3	b1	٣٨,٨٨	٣٨,٨٨	٣٦,٨٨	٢٦,١١	١٤٠,٧٥
	b2	٢٨,٤٤	٢٩,٤٤	٢٧,٦٦	٣٩,٥٥	١٢٥,٠٩
	b3	٣٢,٣٣	٣١,١١	٢٤,٤٤	٣٤,٠٠	١٢١,٨٨
		٩٩,٦٥	٩٩,٤٣	٨٨,٩٨	٩٩,٦٦	٣٨٧,٧٢

- حساب مجاميع المعاملات الرئيسية

المعاملات الرئيسية	المكررات	Total			
	4	3	2	1	
a1	٣١,٠٨	٥٢,٨٢	٦٧,٩٩	٧٥,٧٠	٢٢٧,٥٩
a2	٦١,٨٨	٦٨,٨١	٧٩,٧٦	٦٨,٦٠	٢٧٩,٠٥
a3	٩٩,٦٥	٩٩,٤٣	٨٨,٩٨	٩٩,٦٦	٣٨٧,٧٢
Total	١٩٢,٦١	٢٢١,٠٦	٢٣٦,٧٣	٢٤٣,٩٦	٨٩٤,٣٦

- مجاميع المعاملات الرئيسية (A) والثانوية (B)

المعاملات الرئيسية	المعاملات الثانوية			Total
	b1	b2	b3	
a1	٩٨,٥٨	٧٤,٧٠	٥٤,٣١	٢٢٧,٥٩
a2	٩٨,٩٨	٩٢,٧٦	٨٧,٣١	٢٧٩,٠٥
a3	١٤٠,٧٥	١٢٥,٠٩	١٢١,٨٨	٣٨٧,٧٢
Total	٣٣٨,٣١	٢٩٢,٥٥	٢٦٣,٥٠	٨٩٤,٣٦

$$C.F = \frac{(\sum X)^2}{r \times b \times a} = \frac{(894.55)^2}{4 \times 3 \times 3} = 22218.88$$

$$Total.S.S = (16.22)^2 + (25.33)^2 + ... + (34.0)^2 - 22218.88 = 2256.04$$

$$Main\ plot\ S.S = \frac{(31.08)^2 + ... + (99.66)^2}{3} - 22218.88 = 1583.32$$

$$Replication\ S.S = \frac{(192.61)^2 + ... + (243.96)^2}{3 \times 3} - 22218.88 = 172.64$$

$$S.S.A = \frac{(227.59)^2 + ... + (387.72)^2}{4 \times 3} - 22218.88 = 1113.86$$

Error a = Main plot S.S – replication S.S – A.S.S

= 1583.32 – 172.64 – 1113.86 = 296.82

$$S.S.B = \frac{(338.31)^2 + ... + (263.50)^2}{4 \times 3} - 22218.88 = 237.07$$

$$S.S.AB = \frac{\sum X_{ij.}}{r} - C.F - S.S.A - S.S.B$$

$$S.S.AB = \frac{(98.58)^2 + ... + (121.88)^2}{4} - 22218.88 - 1113.86 - 237.07 = 76.44$$

Error b = Total S.S - Main plot S.S – B.S.S – AB S.S

= 2256.04 – 1583.32 – 237.07 – 76.44 = 359.21

جدول تحليل التباين للتجربة العاملية 3x4 في قطع منشقة و تصميم قطاعات عشوائية كاملة

Main Plots in RCBD

S.O.V	d.f	S.S	M.S	Fcal	Ftab
Rep.	(r-1)= 2	172.64	86.32		
A	**(a-1)= 2**	1113.86	556.93	7.51**	5.14
Error (a)	**(a-1)(r-1)=4**	296.82	74.21		
B	**(b-1)= 2**	237.07	118.54	3.96*	3.55
AB	**(a-1)(b-1)= 4**	76.44	19.11	0.64	2.93
Error (b)	**a(b-1)(r-1)= 12**	359.21	29.93		
Total	**abr-1= 26**	2256.04			

∵ قيمة F المحسوبة أكبر من قيمة F الجدولية (للعاملِ A و العامل B كل على حدة)

∴ هناك فروق معنوية بين مواعيد الزراعة وكذلك هناك تأثير معنوي للإختلاف في تأثير مسافات الزراعة.

المحاضرة الثانية عشر

الارتباط الخطي البسيط

الانحدار الخطي البسيط

م.م سلام حميد عبد الله

م.م مقاصد مراد صاحب

المقدمة

في الفصول السابقة تم عرض بعض المقاييس الوصفية، مثل مقاييس النزعة المركزية، والتشتت، وغيرها من المقاييس الأخرى، والتي يمكن من خلالها وصف شكل توزيع البيانات التي تم جمعها عن متغير واحد، وننتقل من التعامل مع متغير واحد إلى التعامل مع متغيرين أو أكثر، ويتناول هذا الفصل دراسة وتحليل العلاقة بين متغيرين، وذلك باستخدام بعض طرق التحليل الإحصائي مثل تحليل الارتباط، والانحدار الخطي البسيط، فإذا كان اهتمام الباحث هو دراسة العلاقة بين متغيرين استخدم لذلك أسلوب تحليل الارتباط، وإذا كان اهتمامه بدراسة أثر أحد المتغيرين على الآخر استخدم لذلك أسلوب تحليل الانحدار، ومن الأمثلة على ذلك:

1-الإنفاق، والدخل العائلي.

2-سعر السلعة، والكمية المطلوبة منها.

3-الفترة الزمنية لتخزين الخبز، وعمق طراوة الخبز.

4- درجة المعدل الفصلي للرياضيات ودرجة الامتحان النهائي.

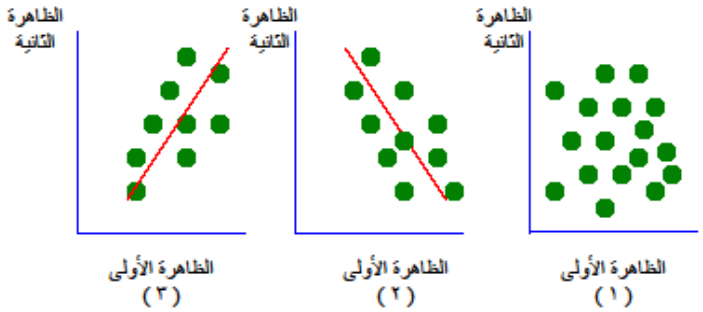
5-كميات السماد المستخدمة، وكمية الإنتاج من محصول.

6- عدد مرات ممارسة نوع معين من الرياضة البدنية، ومستوى الكلسترول في الدم.

7-وزن الجسم، وضغط الدم.

الارتباط الخطي البسيط Simple Linear Correlation

كما سبق الإشارة فإن الارتباط يبحث في اتجاه وقوة العلاقة بين ظاهرتين أو أكثر وأبسط أنواع الارتباط: هو الارتباط الذي يبحث في قوة العلاقة بين ظاهرتين وهو موضوع دراستنا، فوجود ارتباط بين ظاهرتين يعني أنه إذا زادت قيم الظاهرة الأولى يتبعها زيادة أو نقصان في قيم الظاهرة الأخرى، ويقال أن هناك ارتباطا طرديا أو موجبا في الحالة الأولى وارتباط عكسيا أو سالبا في الحالة الثانية كما في شكل (١).



شكل ١. انواع العلاقة بين ظاهرتين او متغيرين

(١) لا توجد علاقة بين الظاهرتين.

(٢) علاقة عكسية بين الظاهرتين.

(٣) علاقة طردية بين الظاهرتين.

الغرض من تحليل الارتباط الخطي البسيط هو تحديد نوع وقوة العلاقة بين متغيرين، ويرمز له في حالة المجتمع ρ (رو) وفي حالة العينة بالرمز r، وحيث أننا في كثير من النواحي التطبيقية، نتعامل مع بيانات عينة مسحوبة من المجتمع، سوف نهتم بحساب معامل الارتباط في العينة كتقدير لمعامل الارتباط في المجتمع، ومن التحديد السابق للغرض من معامل الارتباط، نجد أنه يركز على نقطتين هما:

١- نوع العلاقة

وتأخذ ثلاث أنواع حسب إشارة معامل الارتباط كما يلي:

أ- اذا كانت اشارة معامل الارتباط سالبة (r < 0)، توجد علاقة عكسية بين المتغيرين، بمعنى زيادة احد المتغيرين يصاحبه انخفاض في المتغير الثاني وبالعكس.

ب- اذا كانت اشارة معامل الارتباط موجبة (r > 0)، توجد علاقة طردية بين المتغيرين، بمعنى زيادة احد المتغيرين يصاحبه زيادة في المتغير الثاني وبالعكس.

ج- اذا كان معامل الارتباط قيمته صفرا (r = 0) دل ذلك على انعدام العلاقة بين المتغيرين.

٢- قوة العلاقة

ويمكن الحكم على قوة العلاقة من حيث درجة قربها او بعدها عن ± ١، حيث ان قيمة معامل الارتباط تقع في المدى (1 > r > -1) ، وقد صنف بعض الاحصائيين درجات لقوة العلاقة على الشكل التالي:

معامل الارتباط	قوة الارتباط
أقل من ٠,٣	ضعيف جدا
٠,٣ – ٠,٥	ضعيف
٠,٥-٠,٧	متوسط
٠,٧-٠,٩	قوي
٠,٩-١	قوي جدا
١	ارتباط تام

ولحساب معامل الارتباط في العينة، نستخدم الصيغة التالية:

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \times (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^{\,2} - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^{\,2} - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

مثال

احسب معامل الارتباط للبيانات التالية والتي تمثل طول وعرض ورقة (سم) نبات القطن

عرض الورقة (x_i)	١٣	١٩	١٣	١٨	١٤	١٧	١٤	١٧	١٥	١٦
طول الورقة (y_i)	١٥	٢٢	١٣	٢٠	١٣	٢٠	١٥	١٩	١٥	١٨

الحل

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	XY
١٣	١٥	١٦٩	٢٢٥	١٩٥
١٩	٢٢	٣٦١	٤٨٤	٤١٨
١٣	١٣	١٦٩	١٦٩	١٦٩
١٨	٢٠	٣٢٤	٤٠٠	٣٦٠
١٤	١٣	١٩٦	١٦٩	١٨٢
١٧	٢٠	٢٨٩	٤٠٠	٣٤٠
١٤	١٥	١٩٦	٢٢٥	٢١٠
١٧	١٩	٢٨٩	٣٦١	٣٢٣
١٥	١٥	٢٢٥	٢٢٥	٢٢٥
١٦	١٨	٢٥٦	٣٢٤	٢٨٨
ΣX_i= 156	ΣY_i=170	ΣX_i^2= ٢٤٧٤	ΣY_i^2 =٢٩٨٢	ΣXY= ٢٧١٠

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

$$r = \frac{2710 - \frac{(156)(170)}{10}}{\sqrt{(2474 - \frac{(156)^2}{10})(2982 - \frac{(170)^2}{10})}}$$

$$r = \frac{2710 - 2652}{\sqrt{(2474 - 2433.6)(2982 - 2890)}}$$

$$r = \frac{58}{\sqrt{(40.4)(92)}} = \frac{58}{\sqrt{3716.8}} = \frac{58}{60.97} = 0.95$$

بما ان معامل الارتباط (r = 0.95) وهذا يعني وجود علاقة طردية قوية بين طول وعرض الورقة.

مثال : احسب معامل الارتباط بين قيم X و قيم Y ادناه.

قيم X	١٥	٢٠	١٠	٥	٢٥
قيم Y	٨	٦	٧	١٠	٤

الحل:

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	X_iY_i
١٥	٨	٢٢٥	٦٤	١٢٠
٢٠	٦	٤٠٠	٣٦	١٢٠
١٠	٧	١٠٠	٤٩	٧٠
٥	١٠	٢٥	١٠٠	٥٠
٢٥	٤	٦٢٥	١٦	١٠٠
$\Sigma X_i = 75$	$\Sigma Y_i = 35$	$\Sigma X_i^2 = 1425$	$\Sigma Y_i^2 = 2\ 65$	$\Sigma XiYi = 460$

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

$$r = \frac{460 - \frac{(75)(35)}{5}}{\sqrt{(1425 - \frac{(75)^2}{5})(265 - \frac{(35)^2}{5})}}$$

$$r = \frac{460 - 525}{\sqrt{(1425 - 1125)(265 - 245)}}$$

$$r = \frac{-65}{\sqrt{(300)(20)}} = \frac{-65}{\sqrt{6000}} = \frac{-65}{77.46} = -0.84$$

بما ان قيمة معامل الارتباط اقل من الصفر ، وهذا يعني ان العلاقة بين X و Y علاقة عكسية.

الانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression

إن الغرض من استخدام أسلوب تحليل الانحدار الخطي البسيط، هو دراسة وتحليل أثر متغير كمي على متغير كمي آخر، ومن الأمثلة على ذلك ما يلي:

* دراسة أثر كمية السماد على إنتاجية الدونم
* دراسة أثر الإنتاج على التكلفة
* دراسة أثر كمية البروتين التي يتناولها الأبقار على الزيادة في الوزن
* أثر الدخل على الإنفاق الاستهلاكي

وهكذا هناك أمثلة في كثير من النواحي الاقتصادية، والزراعية، والتجارية.

في تحليل الانحدار البسيط، نجد أن الباحث يهتم بدراسة أثر أحد المتغيرين ويسمى بالمتغير المستقل أو المتنبأ منه، على المتغير الثاني ويسمى بالمتغير التابع أو المتنبأ به، ومن ثم يمكن عرض نموذج الانحدار الخطي في شكل معادلة خطية من الدرجة الأولى، تعكس المتغير التابع كدالة في المتغير المستقل كما يلي:

$$y = \alpha + \beta x$$

حيث أن:

y هو المتغير التابع الذي يتأثر

x هو المتغير المستقل الذي يؤثر

α وهو الجزء المقطوع من المحور الصادي y ، وهو يعكس قيمة المتغير التابع في حالة انعدام قيمة المتغير المستقل x، اي في حالة (x = 0).

β ميل خط المستقيم ، ويعكس مقدار التغير في y اذا تغيرت x بوحدة واحدة

ان المعادلة اعلاه تسمى معادلة خط الانحدار للمجتمع وان α و β هي ثوابت

يعرف الثابت α بانه معدل قيمة y عندما x تساوي صفر

وتسمى نقطة تقاطع خط الانحدار مع المحور الصادي (y- Intercept)

α

يعرف الثابت β بميل خط الانحدار للمجتمع (ويسمى معامل انحدار y على x)

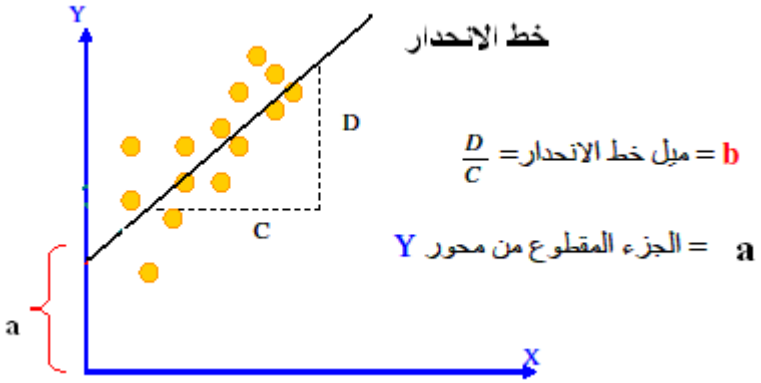
بانه معدل التغير في y عندما تتغير قيمة x قيمة واحدة

وعند تقدير الميل من العينة يرمز له b

وبذلك نمثل معادلة خط الانحدار للعينة بالمعادلة التالية

$$y = a + bx$$

ومن المعادلة اعلاه يمكن التنبؤ بقيمة y من قيم x عند معرفة الثوابت a و b



كيفيةحساب معامل الانحدار b

يحسب معامل الانحدار او ما يسمى ايضا ميل خط الانحدار b بالمعادلة التالية

$$b = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})}$$

او يمكن استعمال المعادلة المختصرة التالية

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

كيفية حساب معامل تقاطع خط الانحدار مع المحور الصادي a

يمكن حساب معامل تقاطع خط الانحدار مع المحور الصادي a بالمعادلة التالية

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

استخدامات تحليل الانحدار

يستخدم تحليل الانحدار في المجالات التالية :

١- وصف العلاقة الكمية بين المتغير التابع والمتغير المستقل.
٢- التنبؤبقيم المتغير التابع عند مستويات محددة للمتغير المستقل.
٣- السيطرة على المتغير التابع عن طريق التحكم بمستوى المتغير المستقل الذي يؤثر فيه.

مثال

اخذت عينة مكونة من ١٠ اسر ، وكانت (X) تمثل عدد الاطفال بالاسرة ، وتمثل (y) عدد غرف المسكن للاسرة ، وحصلنا على النتائج التالية:

$\Sigma x= 50$ $\Sigma y=80$ $\Sigma x^2=446$

$\Sigma xy=180$ $n=10$

احسب معادلة خط الانحدار ، ثم قدر عدد الغرف عندما يكون عدد اطفال الاسرة يساوي ستة اطفال.

الحل: اولا نحسب قيمة b

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$b = \frac{180 - \frac{(50)(80)}{10}}{446 - \frac{50^2}{10}} = \frac{180-400}{446-250}$$

$$b = \frac{-220}{196} = -1,12$$

ثانيا : نحسب قيمة a

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$\bar{X} = \frac{50}{10} = 5$$

$$\bar{Y} = \frac{80}{10} = 8$$

$$a = 8 - (-1.12)(5)$$
$$a = 13.6$$

$$y = 13.6 - 1.12x$$

لذا ستكون معادلة خط الانحدار

ولتقدير عدد الغرف للاسرة عندما يكون عددالاطفال ستة ، نعوض بالمعادلة اعلاه

$$y = 13.6 - 1.12(6)$$
$$y = 6.88 \approx 7$$

مثال

أوجد معادلة الانحدار y على x للبيانات التالية:

X	0	1	2	3
Y	4	6	8	10

الحل:

X	y	xy	x^2	y^2
٠	٤	٠	٠	١٦
١	٦	٦	١	٣٦
٢	٨	١٦	٤	٦٤
٣	١٠	٣٠	٩	١٠
٦	٢٨	٥٢	١٤	٢١٦

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$b = \frac{52 - \frac{(6)(28)}{4}}{14 - \frac{6^2}{4}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$\bar{X} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$\bar{Y} = \frac{28}{4} = 7$$

$$a = 7 - 2(1.5)$$

$$a = 4$$

$$y = 4 + 2x$$

معادلة خط الانحدار