تصميم وتحليل التجارب

المحاضرة الرابعة

التصميم العشوائي الكامل وتحليل التباين الأحادي

Completely Randomized Design (CRD) and One-Way ANOVA

مادة تعليمية منقّحة ومنظمة أكاديمياً

الأهداف التعليمية

- تعريف التصميم العشوائي الكامل وتحديد شروط استخدامه.
- تطبيق العشوائية والتكرار عند تخطيط تجربة متوازنة.
- صياغة النموذج الخطي وشرح مكوناته وافتراضاته.
- حساب مكونات جدول تحليل التباين ودرجات الحرية وإحصائية F.
- تفسير نتيجة الاختبار وبيان الحاجة إلى المقارنات اللاحقة.
- التعامل السليم مع التكرارات غير المتساوية أو الوحدات المفقودة.

متطلب سابق: فهم الوحدة التجريبية، والمعاملة، والتكرار، والعشوائية، ومبادئ تحليل التباين الواردة في المحاضرة الثالثة.

1. تعريف التصميم العشوائي الكامل

التصميم العشوائي الكامل (CRD) هو أبسط التصاميم التجريبية أحادية العامل؛ تُخصّص فيه المعاملات عشوائياً وبلا قيود لجميع الوحدات التجريبية، بشرط أن تكون الوحدات متجانسة بدرجة معقولة قبل تطبيق المعاملات. ويعني «كامل» أن كل تخصيص مسموح وفق أعداد التكرارات له فرصة محددة في الاختيار.

1.1 متى يكون مناسباً؟

- في التجارب المختبرية أو تجارب الأصص والحيوانات عندما يمكن توفير وحدات متقاربة في خصائصها الأساسية.
- عندما لا يوجد اتجاه مكاني أو زمني معروف يحتاج إلى الحجب.
- عندما تُدرس معاملة واحدة أو عامل واحد بمستويات متعددة، وتُسجل استجابة واحدة مستقلة لكل وحدة تجريبية.

متى لا يُفضّل؟ إذا وُجد تدرج واضح في خصوبة التربة أو العمر أو الموقع أو وقت القياس، فقد يكون تصميم القطاعات العشوائية الكاملة أو تصميم آخر أكثر كفاءة.

2. مزايا التصميم وقيوده

المزايا	القيود
بسيط في التخطيط والتنفيذ والتحليل.	يتطلب تجانساً معقولاً بين الوحدات التجريبية.
يمنح الخطأ أكبر عدد ممكن من درجات الحرية	كل التباين غير المفسر بين الوحدات يدخل في

القيود	المزايا
.الخطأ، وقد تنخفض الدقة عند وجود عدم تجانس	مقارنة بالتصاميم المحجوبة ذات العدد نفسه من .الوحدات
عدم التوازن يجعل الحساب والتفسير أقل بساطة .وقد يخفض القدرة على المقارنة	.يسمح نظرياً بتكرارات غير متساوية
فقد الوحدات لا يكون بلا أثر؛ فهو يقلل درجات .الحرية والدقة وقد يخل بالتوازن	يمكن تحليل البيانات بعد فقد وحدة أو أكثر باستخدام .نموذج مناسب

3. المبادئ التي يقوم عليها التصميم

1. العشوائية :تخصيص المعاملات بآلية احتمالية موثقة، مثل مولد الأرقام العشوائية، لمنع التحيز وتبرير .استقلال الأخطاء
2. التكرار :تطبيق كل معاملة على أكثر من وحدة مستقلة لتقدير الخطأ وزيادة دقة المتوسطات.
3. يتحقق أساساً باختيار وحدات متجانسة وتوحيد الظروف .إذا كان مصدر عدم CRD الضبط المحلي :في .التجانس معروفاً وقوياً، فالحجب غالباً أفضل من تجاهله

4. تخطيط التجربة والعشوائية

يشمل التخطيط تحديد المكان والزمان، وتعريف الوحدة التجريبية، واختيار المواد، وتحديد المعاملات والتكرارات، ثم إنشاء قائمة بجميع الوحدات وتخصيص المعاملات لها عشوائياً .يجب تنفيذ العشوائية قبل .تطبيق المعاملات والاحتفاظ بسجل التخصيص

4.1 مثال تخطيطي

وعشرون وحدة تجريبية متجانسة، أي أربعة تكرارات لكل معاملة .بعد (T1–T5) لدينا خمس معاملات :إنشاء قائمة تحتوي كل رمز أربع مرات وخلطها عشوائياً، قد ينتج التوزيع الآتي

الوحدة 1	الوحدة 2	الوحدة 3	الوحدة 4	الوحدة 5
T5	T5	T1	T4	T3
T3	T4	T4	T2	T5
T1	T2	T5	T2	T3

الوحدة 1	الوحدة 2	الوحدة 3	الوحدة 4	الوحدة 5
T3	T1	T4	T1	T2

ملاحظة: ترتيب الرموز أعلاه مثال لتخصيص عشوائي واحد ممكن، وليس نمطاً ثابتاً يُعاد استخدامه في كل تجربة.

5. تنظيم البيانات والرموز

إذا كان عدد المعاملات t، وعدد التكرارات المتساوية لكل معاملة r، فإن العدد الكلي للمشاهدات N = tr. ولمتوسطها T_i، ولمجموع المعاملة i بالرمز y_{ij}، ويرمز للمشاهدة المسجلة في التكرار j من المعاملة i بالرمز $\bar{y}_i$، وللمجموع العام بالرمز G.

المعاملة	المشاهدات	مجموع المعاملة	متوسط المعاملة
1	$y_{11}, y_{12}, \ldots, y_{1r}$	T_1	$\bar{y}_1$
2	$y_{21}, y_{22}, \ldots, y_{2r}$	T_2	$\bar{y}_2$
…	…	…	…
t	$y_{t1}, y_{t2}, \ldots, y_{tr}$	T_t	$\bar{y}_t$

6. النموذج الرياضي

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

- y_{ij}: قيمة الاستجابة في الوحدة j التي تلقت المعاملة i.
- μ: المتوسط العام للمجتمع.
- τ_i: تأثير المعاملة i، وغالباً يُفرض القيد $\Sigma\tau_i = 0$ لتعريف المعلمات.
- ε_{ij}: الخطأ العشوائي للوحدة، ويفترض استقلاله وأن متوسطه صفر وتباينه σ^2، مع توزيع طبيعي تقريبي لأغراض اختبار F التقليدي.

لذلك يجب عدم الخلط بين الخطأ $e_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_i$ كمية غير مشاهدة، وتُقدَّر آثاره بالبواقي ε_{ij} **تنبيه:** الخطأ النظري والباقي المحسوب.

7. فرضيات الاختبار

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_t$ (أو $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_t = 0$)

H_1: يوجد متوسط واحد على الأقل يختلف عن غيره

p. أو باستخدام القيمة الاحتمالية، α المحسوبة بالقيمة الحرجة عند مستوى الدلالة F يُتخذ القرار بمقارنة قيمة
لكن ذلك لا يحدد أزواج المتوسطات المختلفة، H_0 تُرفض $p < \alpha$ إذا كانت.

8. حساب مكونات تحليل التباين في الحالة المتوازنة

العدد N المجموع العام، و G معامل التصحيح، و CF عند تساوي التكرارات، تُستخدم الصيغ الآتية .تمثل
i. مجموع المعاملة T_i الكلي للمشاهدات، و

$$CF = G^2 / N$$

$$SS_{total} = \Sigma_i \Sigma_j y_{ij}^2 - CF$$

$$SS_{treat} = \Sigma_i (T_i^2 / r) - CF$$

$$SS_{error} = SS_{total} - SS_{treat}$$

:كما يأتي F ثم تُقسم مجاميع المربعات على درجات الحرية للحصول على متوسطات المربعات، وتُحسب

$$MS_{treat} = SS_{treat}/(t-1), \quad MS_{error} = SS_{error}/(N-t)$$

$$F = MS_{treat} / MS_{error}$$

تصحيح اصطلاحي: وليس «المربعات الوسطية .»، تعني مجموع المربعات SS (Sum of Squares)
(Mean Square = SS/df). فهي متوسط المربعات MS أما

9. جدول تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية df	مجموع المربعات SS	متوسط المربعات MS	المحسوبة F
المعاملات	$t - 1$	SS_{treat}	$SS_{treat}/(t-1)$	MS_{treat}/MS_{error}
الخطأ التجريبي	$N - t$	SS_{error}	$SS_{error}/(N-t)$	—
الإجمالي	$N - 1$	SS_{total}	—	—

10. مثال محلول

دُرست أربع معاملات، ولكل معاملة أربعة تكرارات مستقلة، وكانت الاستجابات كما يأتي:

المعاملة	التكرار 1	التكرار 2	التكرار 3	التكرار 4	المجموع	المتوسط
T1	18	20	17	19	74	18.5
T2	23	21	24	22	90	22.5
T3	16	15	17	14	62	15.5
T4	20	19	21	18	78	19.5

ومن ثم، $N = 16$ وعدد المشاهدات، $G = 304$ المجموع العام:

$$CF = 304^2/16 = 5776$$

$$SS_{total} = 5896 - 5776 = 120$$

$$SS_{treat} = (74^2 + 90^2 + 62^2 + 78^2)/4 - 5776 = 100$$

$$SS_{error} = 120 - 100 = 20$$

مصدر التباين	df	SS	MS	F	p
المعاملات	3	100.000	33.333	20.000	< 0.001
الخطأ	12	20.000	1.667	—	—
الإجمالي	15	120.000	—	—	—

الاستنتاج: توجد أدلة إحصائية قوية على أن متوسطاً واحداً على الأقل يختلف عن البقية، $F(3, 12) = 20.00$، $p < 0.001$. وبعد التحقق من افتراضات النموذج، يمكن إجراء مقارنة لاحقة مثل Tukey HSD لتحديد المعاملات المختلفة مع ضبط تعدد المقارنات.

11. المقارنات اللاحقة وعرض النتائج

- لا تُجرى اختبارات t متعددة من دون تصحيح؛ لأنها ترفع احتمال الخطأ من النوع الأول.

- يُستخدم Tukey HSD للمقارنات الزوجية الشاملة عند ملاءمته، أو تُستخدم تباينات مخططة إذا حُددت الفرضيات مسبقاً.
- ينبغي عرض متوسط كل معاملة ومقياس عدم اليقين)مثل الخطأ المعياري أو فاصل الثقة(، لا الاكتفاء بالحروف أو القيمة الاحتمالية.
- الأهمية الإحصائية لا تساوي الأهمية العملية؛ لذلك يُفسَّر حجم الفرق في سياق الدراسة.

12. التكرارات غير المتساوية والوحدات المفقودة

يمكن تحليل CRD غير المتوازن، لكن الصيغ المختصرة للحالة المتساوية لا تُستخدم مباشرة. يجب تطبيق نموذج خطي مناسب يعتمد على البيانات المتاحة، مع توثيق سبب الفقد وفحص ما إذا كان مرتبطاً بالمعاملة أو الاستجابة. يؤدي الفقد إلى تقليل الدقة ودرجات الحرية، وقد يسبب تحيزاً إذا لم يكن عشوائياً.

الخلاصة

التصميم العشوائي الكامل مناسب عندما تكون الوحدات متجانسة ولا يوجد عامل حجب ضروري. تعتمد صحته على التخصيص العشوائي، والتكرار المستقل، وتعريف الوحدة التجريبية بدقة. ويقسّم تحليل التباين التباين الكلي إلى تباين بين المعاملات وخطأ تجريبي، ثم يستخدم نسبة F وبعد لاختبار تساوي المتوسطات. الاختبار العام تُفسر الفروق بواسطة مقارنات مناسبة وتقديرات واضحة لحجمها.

تمارين للمراجعة

1. ما الشرط الذي يجعل CRD اختياراً مناسباً؟ ومتى يُفضّل استخدام الحجب؟
2. لماذا لا تُعد القياسات المتعددة على الوحدة نفسها تكرارات مستقلة؟
3. اكتب النموذج الخطي للتصميم واشرح مكوناته.
4. أكمل درجات الحرية في تجربة من 5 معاملات و6 تكرارات لكل معاملة.
5. ماذا يعني رفض الفرضية الصفرية في اختبار F؟ ولماذا نحتاج إلى اختبار لاحق؟
6. ما أثر فقد وحدة تجريبية على التوازن والدقة؟

مراجع مختارة

Gomez, K. A., & Gomez, A. A. (1984). Statistical Procedures for Agricultural Research (2nd ed.). Wiley.

Montgomery, D. C. (2019). Design and Analysis of Experiments (10th ed.). Wiley.

Steel, R. G. D., Torrie, J. H., & Dickey, D. A. (1997). Principles and Procedures of Statistics: A Biometrical Approach (3rd ed.). McGraw-Hill.