ا.م.د.حسن هادي فرج
م.م.سارة علي حسين

مثال /// اختيرت عينات عشوائية من طلاب بعض اقسام كلية الزراعة وتم رصد درجات هؤلاء الطلاب في مقرر الاحصاء وكتنت النتائج كالتالي

قسم وقاية النبات	80	77	75	77	77	77	65	70	58	67
قسم علوم الاغذية	88	68	60	75	93	65	77	85	95	90
قسم الاقتصاد	80	65	69	80	65	88	76	65	86	80
٧٣ ٦٩ ٦٩ ٧٣	٨٥	٦٩	٧٣		٨٥	قسم التربة				

٧٢ ٨٥

المطوب/// حساب منوال الدرجات لكل قسم من الاقسام:

الحـــــل//هذه البيانات غير مبوبة ، لذا فان المنوال =القيمة الاكثر تكرارا .
والجدول التالي يبين منوال الدرجة لكل قسم من الاقسام :

القيمة المنوالية	القيمة الاكثر تكرارا	القسم
المنوال = ٧٧ درجة	الدرجة ٧٧ تكررت ٤ مرات	قسم وقاية النبات
لا يوجد منوال	جميع القيم ليس لها تكرار	قسم علوم الاغذية
يوجد منوالان هما: المنوال الاول = ٦٥ المنوال الثاني =٨٠	الدرجة ٦٥ تكررت ٣ مرات الدرجة ٨٠ تكررت ٣ مرات	قسم الاقتصاد
يوجد ثلاثة منوالات هي : المنوال الاول = ٦٩ المنوال الثاني =٧٣ المنوال الثالث = ٨٥	الدرجة ٦٩ تكررت ٣ مرات ادرجة ٧٣ تكررت ٣ مرات الدرجة ٨٥ تكررت ٣ مرات	قسم التربة

مثال // فيما يلي توزيع ٣٠ اسرة حسب الانفاق الاستهلاكي الشهري لها بالالف دينار .

المطلوب حساب منوال الانفاق الشهري للاسرة .

الحـــل ///

لحساب المنوال لهذه البيانات يتم استخدام المعادلة رقم (٣-١٣) كما في الاتي :

- تحديد الفئة المنوالية

الفئة المنوالية هي الفئة المناظرة لاكبر تكرار :

الفئات	التكرارات
2 -	4
5 -	7
8 -	10
11 -	5
14 - 17	4

فئة المنوال

$A = 8$

أكبر تكرار

$d_1 = 10 - 7 = 3$

$d_2 = 10 - 5 = 5$

- حساب الفروق d حيث ان

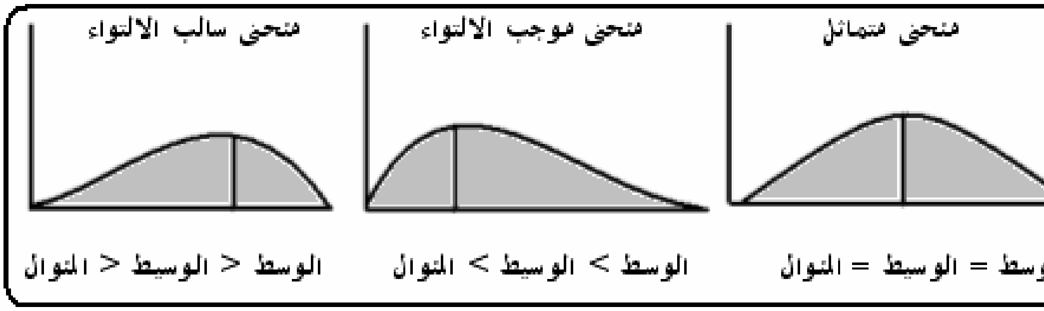
$$d_1 = 10 - 7 = 3$$
$$d_2 = 10 - 5 = 5$$

- تحديد الحد الادنى للفئة المنوالية (A=8) وكذلك طول الفئة (L=3)

$$Mod = A + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L$$
$$Mod = 8 + \frac{3}{3+5} \times 3 = 8 + 1.125 = 9.125$$

استخدام مقاييس النزعة المركزية في تحديد شكل توزيع البيانات .

يمكن استخدام الوسط الحسابي والوسيط والمنوال في وصف المنحنى التكراري ، والذي يعبر عن شكل توزيع البيانات ، كما يلي:



- يكون المنحني متماثل اذا كان : الوسط الحسابي = الوسيط =المنوال
- يكون المنحنى موجب الالتواء (ملتوي جهة اليمين) اذا كان :
  الوسط الحسابي > الوسيط > المنوال
- يكون المنحنى سالب الالتواء (ملتوي الى جهة اليسار) اذا كان:
  الوسط الحسابي <الوسيط < المنوال

مثال // قام مدير مراقبة الانتاج بسحب عينة من ١٠ عبوات من المياه المعباءة للشرب ، ذات الحجم ٥ لتر ، والمنتجة بواسطة احدى شركات تعبئة المياه لفحص كمية الاملاح الذائبة ، وكانت كالتالي :

١٢١ ١٢٣ ١٢١ ١٢٣ ١١٩ ١٢٤ ١٢٣ ١١٩ ١٢٣
١١٥

والمطلوب : حساب الوسط الحسابي ، والوسيط ، والمنوال ، ثم حدد شكل الالتواء لهذه البيانات :

الحـــل // حساب الوسط الحسابي :

$$\overline{X}=\frac{\sum x}{n}=\frac{1211}{10}=121.1$$

- حساب الوسيط :

رتبة الوسيط : $(n+1)/2=(10+1/2=5.5$

ترتيب القيم تصاعديا :

قيمة الوسيط 122

الطاقة	115	119	119	121	121	123	123	123	123	124
الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5.5

رتبة الوسيط

عدد القيم =١٠ ، وهو عدد زوجي . الوسيط = الوسط الحسابي للقيمتين رقم (٥,٦).

$$Med = \frac{121+123}{2} = \frac{224}{2} = 122$$

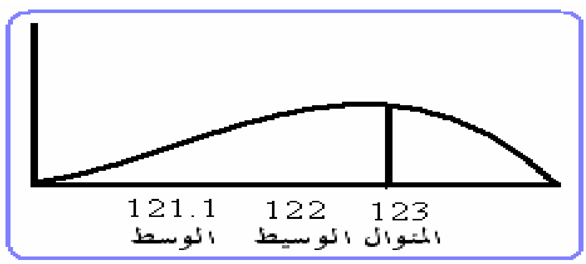
- حساب المنوال :

المنوال : المنوال يساوي القيمة الاكثر تكرارا القيمة ١٢٣ تكررت اكثر من غيرها اذا

$$Mod = 123$$

وبمقارنة الوسط والوسيط والمنوال نجد ان :

الوسيط < الوسيط < المنوال اذا توزيع بيانات كمية الاملاح سالبة الالتواء



مثال // الجدول التكراري التالي يعرض توزيع ١٠٠ عامل في مزرعة حسب الاجر الاسبوعي بالدينار .

							الاجر
							عدد العمال

المطلوب :

- حساب الوسط والوسيط والمنوال
- بيان شكل توزيع الاجور في هذه المزرعة .

الحـــل //

- حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

اولا: الوسط الحسابي:

Classes	التكرارات f	مراكز الفئات x	
50 – 69	8	60	480
70 – 89	15	80	1200
90 – 109	28	100	2800
110 – 129	20	120	2400
130 – 149	15	140	2100
150 – 169	8	160	1280
170 – 189	6	180	1080
Snm			

$$\overline{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{11340}{100} = 113.4$$

ثانيا : الوسيط Med

رتبة الوسيط $(n/2 = 100/2 = 50)$

تكوين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

اقل من	التكرار التجمع الصاعد
اقل من ٧٠	٨
اقل من 90	٢٣
اقل من ١١٠	51
اقل من ١٣٠	٧١
اقل من ١٥٠	٨٦
اقل من ١٧٠	٩٤

اقل من ١٩٠	١٠٠

رتبة الوسيط = ٥٠

من الجدول اعلاه نجد ان : $\frac{n}{2}=50,\ f_1=23,\ f_2=51, A=90, L=110-90=20$

اذا الوسيط قيمته هي

:

$$Med = A+\frac{\frac{n}{2}-f_1}{f_2-f_1}\times L$$

$$Med = 90+\frac{50-23}{51-21}\times 20$$

$$Med = 90+19.286=109.3$$

ثالثا : المنوال :Mod

- الفئة المنوالية ، هي الفئة المناظرة لاكبر تكرار .
- اكبر تكرار =٢٨ وهو يناظر الفئة التقريبية (١١٠ - ٩٠) .
- حساب الفروق : $d_2=28-20=8, d_1=28-15=13$
- الحد الادنى لفئة المنوال :A=90 طول الفئة =٢٠

اذا المنوال هو :

$$Mod = A+\frac{d_1}{d_1+d_2}\times L$$

$$Mod = 90+\frac{13}{13+8}\times 20$$

$$Mod = 102.4$$

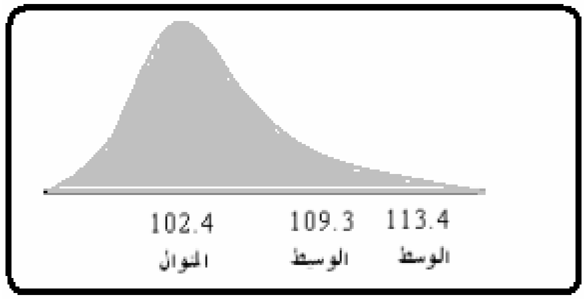
- بيان شكل التوزيع.

من النتائج السابقة نجد ان :

الوسط الحسابي : $\overline{X}=113.4$ الوسيط: $Med=109.3$ المنوال $Mod=102.4$

اي ان : الوسط الحسابي > الوسيط > المنوال

اذا توزيع البيانات للاجور الاسبوعية موجب الالتواء .كما في الشكل التالي :



الوسط الهندسي Geometric Mean:
الوسط الهندسي G.M لمجموعة من القيم هو الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم . يمتاز الوسط الهندسي عن الوسط الحسابي بانه اقل تاثرا بالقيم الشاذة في البيانات لانه معلوم رياضيا بان الوسط الهندسي لمجموعة من القيم اقل من وسطها الحسابي ، وعادة يحسب الوسط الهندسي باستخدام القانون التالي :

$$G.M = \sqrt[n]{x_1.x_2.x_3.......x_n}$$

ولسهولة الحل تستخدم اللوغاريتمات و كالتالي:

$$LogG.M = \frac{1}{n}(\sum Logx_i)$$

مثال // احسب الوسط الهندسي للبيانات التالية ١٢، ١٠، ٧، ٦، ٦، ٥، ٣ .
باستخدام القانون

$$LogG.M = \frac{1}{n}(\sum Logx_i)$$

$$LogG.M = \frac{1}{7}(Log3 + Log5 + Log6 + Log6 + Log7 + Log10 + \log 12)$$

$$LogG.M = 0.808$$

$$G.M = 6.43$$

الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

$$G.M = \sqrt[n]{x_1^{f_1} . x_2^{f_2} ......x_n^{f_n}}$$

الوسط التوافقي Harmonic mean

هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم .يرمز له (H) يستخدم الوسط التوافقي عندما يكون مقلوب المتغير له دلالة كان يعين نسبة بين متغيرين مرتبطين مثل السرعة بالنسبة للزمن . اي ان الوسط التوافقي يمكن ان يكتب رياضيا كالتالي :

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum \frac{1}{x_i}}$$

او

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{n}\sum \frac{1}{x_i}$$

مثال // احسب الوسط التوافقي للبيانات التالية: ١٢, ١٠, ٧, ٦, ٦, ٥, ٣

الحــل//

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{7}(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12})$$

$$\frac{1}{H} = \frac{501}{2940} \Rightarrow H = 5.89$$

مما سبق يمكن القول ان الوسط التوافقي < الوسط الهندسي < الوسط الحسابي (لنفس البيانات)

الوسط التربيعي : Quadratic Mean

هو الجذر التربيعي للوسط الحسابي لمربعات القيم ويستخدم غالبا في الفيزياء والالكترونيات

اي ان الوسط التربيعي للبيانات غير المبوبة هو

$$Q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

مثال //للبيانات التالية جد الوسط التربيعي ٤ ـ ٣، ٦، ٥، ٢

الحل :

من القانون السابق

$$Q=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

$$Q=\sqrt{\frac{(-4)^2+3^2+6^2+5^2+2^2}{5}}$$

$$Q=\sqrt{\frac{90}{5}}\Rightarrow Q=4.2426$$

اما الوسط التربيعي للبيانات المبوبة فهو كالتالي :

$$Q=\sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i}}$$

مثال//اوجد الوسط التربيعي للبيانات المبينة في الجدول الاتي :

Classes	Frequency (f_i)	مركز الفئة X_i	x_i^2	$f_i x_i^2$
10-19	4	15	225	900
20-29	6	25	625	3750
30-39	7	35	1225	8757
40-49	3	45	2025	6075
Sum	20			19300

$$Q=\sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i}}$$

$$Q=\sqrt{\frac{1`9300}{20}}\Rightarrow Q=\sqrt{965}\Rightarrow Q\approx 31$$

مقاييس التشتت

Dispersion Measurements

اولا : المدى Rang

هو ابسط مقاييس التشتت ويحسب المدى في حالة البيانات غير المبوبة بتطبيق المعادلة التالية

المدى في حالة البيانات غير المبوبة = أكبر قراءة – أقل قراءة

$$Rang = Max - Min$$