ا.م.د.حسن هاديفرج
م.م.سارة علي حسين

اما المدى في حالة البيانات المبوبة له اكثر من صيغة ، ومنها المعادلة التالية

$$\boxed{\text{المدى في حالة البيانات المبوبة = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى}}$$ (٤ -)

مزايا وعيوب المدى

من مزاياه

١. انه بسيط الحساب
٢. يكثر استخدامه عند الاعلان عن حالة الطقس ، المناخ ، خاصة درجات الحرارة والرطوبة الضغط الجوي .
٣. يستخدم في مراقبة الجودة.

ومن عيوبه :

١. انه يعتمد على قيمتين فقط ، ولا ياخذ بنظر الاعتبار جميع القيم .
٢. يتاثر بالقيم الشاذة .

الانحراف المتوسط Mean Deviation

هو احد مقاييس التشتت ، ويعبر عنه بمتوسط الانحرافات المطلقة للقيم عن وسطها الحسابي ، ويحسب بتطبيق المعادلة التالية :(للبيانات غير المبوبة)

$$\boxed{MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}}$$ (٤ - ٤)

مثال // اذا كانت الطاقة التصديرية لخمس محطات لتحلية المياه بالمليون لتر كمل يلي :
٧ ، ١٠ ، ٢ ، ٥ ، ٤ اوجد قيمة الانحراف المتوسط للطاقة التصديرية .

الحـــل// لحساب قيمة الانحراف المتوسط نتبع الخطوات التالية:

- ايجاد الوسط الحسابي : $\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{28}{5} = 5.6$

- تكوين جدول بالشكل التالي :

الطاقةالتصديرية x	الانحرافات $(x-\bar{x}) = x - 5.6$	الانحرافات المطلقة
4	4 - 5.6 = -1.6	1.6
5	5 - 5.6 = -0.6	0.6
2	2 - 5.6 = -3.6	3.6
10	10 - 5.6 = 4.4	4.4
7	7 - 5.6 = 1.4	1.4
Sum	0	11.6

- الانحراف المتوسط قيمته هي

$$M.D = \frac{\sum |x-\bar{x}|}{n} = \frac{11.6}{5} = 2.32$$

اما في حالة البيانات المبوبة يحسب الانحراف المتوسط من المعادلة التالية :

$$\boxed{MD = \frac{\sum |x-\bar{x}|\, f}{n}} \qquad (٤-٥)$$

مثال // يبين الجدول التكراري التالي توزيع ٤٠ اسرة حسب الانفاق اليومي بالالف دينار

الانفاق	٢-٥	٥-٨	٨-١١	١١-١٤	١٤-١٧
عدد الاسر	١	٨	١٣	١٠	٨

المطلوب ايجاد الانحراف المتوسط .

الحل // لحساب الانحراف المتوسط يتبع الاتي :

- تكوين جدول لحساب مكونات المعادلة (٤-٥)

حدود الانفاق classes	عدد الاسر f	مركز الفئة x	$x_i f_i$	الوسط الحسابي	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$\lvert x-\bar{x}\rvert f_i$
2 – 5	1	3.5	3.5	$\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ $\bar{x}=\frac{428}{40}=10.7$	7.2	7.2
5 – 8	8	6.5	52		4.2	33.6
8 – 11	13	9.5	123.5		1.2	15.6
11 – 14	10	12.5	125		1.8	18
14 – 17	8	15.5	124		4.8	38.4
Sum	40		428			112.8

اذا الانحراف المتوسط هو:

$$MD=\frac{\sum\lvert x-\bar{x}\rvert f_i}{n}=\frac{112.8}{40}=2.28$$

مزايا وعيوب الانحراف المتوسط :

من مزاياه انه ياخذ جميع القيم في الاعتبار ولكن يعاب عليه :

- يتاثر بالقيم الشاذة.
- يصعب التعامل معه رياضيا .

التباين variance

هو احد مقاييس التشتت . واكثرها استخداما في النواحي التطبيقية ، ويعبر عن متوسط مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي .

اولا : التباين للمجتمع

اذا توفرت لدينا قرات من كل مفردات المجتمع ، فان التباين في في المجتمع والذي يرمز له بالمز σ^2 (سيكما) يحسب باستخدام المعادلة التالية:

$$\boxed{\sigma^2=\frac{\sum(x-u)^2}{N}} \qquad (٤-٦)$$

حيث ان μ هو الوسط الحسابي للمجتمع اي ان $\mu = \sum x / n$

مثال // مصنع لتعبئة المواد الغذائية ، يعمل به ١٥ عامل ، وكانت عدد سنوات الخبرة لهؤلاء العمال كما يلي :

١٠ ١٢ ١١ ٦ ١٤ ١٣ ١٠ ٨ ٦ ٩ ١٢ ١٤ ٧
١٣ ٥

الحـــــل :لحساب تباين سنوات الخبرة في المجتمع يتم استخدام المعادلة السابقة (٤-٦)

- الوسط الحسابي للمجتمع μ

$$\mu = \frac{\sum x}{n}$$

$$\mu = \frac{5+13+.................+12+10}{15} = 10$$

- حساب مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي .كما في الجدول :

x	$(x-\mu)$	$(x-\mu)^2$
5	5-10 = -5	25
13	3	9
7	-3	9
14	4	16
12	2	4
9	-1	1
6	-4	16
8	-2	4
10	0	0
13	3	9
14	4	16
6	-4	16
11	1	1
12	2	4
10	0	0
50	0	130

من الجدول اعلاه .... بما ان $\sum(x-\mu)^2 = 130$ اذا تباين الخبرة في المصنع هو

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\mu)^2}{n} = \frac{130}{15} = 8.67$$

ثانيا: التباين في العينة

في كثير من الحالات يكون تباين المجتمع غير معلوم ، وعند ئذ يتم سحب عينة من هذا المجتمع ، ويحسب التباين للعينة كتقدير لتباين المجتمع . فاذا كانت قرائات عينة عشوائية حجمها n فان التباين لهذه العينة يمكن استخراجه من المعادلة التالية (تباين العينة يرمز له بالرمز S^2):

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}} \qquad (٤-٨)$$

للبيانات غير المبوبة

حيث ان $\bar{x}$ هو الوسط الحسابي لقراءات العينة ، اي ان $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ وتباين العينة المبين في المعادلة (٤-٨) هو التقدير غير المتحيز لتباين المجتمع .

مثال// في المثال السابق ، تم سحب عينة من عمال المصنع حجمها ٥ عمال ، وسجل عدد سنوات الخبرة ، وكانت كالتالي : ٩ ٥ ١٠ ١٣ ٨

احسب تباين سنوات الخبرة في العينة .

الحل /// لحساب التباين في العينة يتم تطبيق المعادلة (٤-٨) ويتبع الاتي :

- الوسط الحسابي في العينة :

$$\overline{X}=\frac{\sum x}{n}$$

$$\overline{X}=\frac{8+13+10+5+9}{5}=\frac{45}{5}=9$$

- حساب مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي :

	8	13	10	5	9	X سنوات الخبرة
0	-1	4	1	-4	0	$(x-\overline{x})$
34	1	16	1	16	0	$(x-\overline{x})^2$

اي ان $\sum(x-\overline{x})^2=34$

- اذا تباين سنوات الخبرة في العينة قيمته هي : $S^2=\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n-1}=\frac{34}{5-1}=8.5$
- في هذه الحالة يمكن القول بان تباين العينة ٨.٥ وهو في نفس الوقت تقدير غير متحيز لتباين المجتمع

كما يمكن صياغة المعادلة السابقة الخاصة بتباين العينة الى صيغة ابسط وهي :

$$S^2=\frac{\sum x^2-\frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}$$

وللمثال اعلاه

$$S^2=\frac{\sum x^2-\frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}\Rightarrow S^2=\frac{439-\frac{(45)^2}{5}}{5-1}\Rightarrow S^2=8.5$$

مما ورد اعلاه يمكن اتباع الخطوات التالية لاستخراج التباين :

١- نستخرج قيمة الوسط الحسابي $\overline{x}$

٢- نستخرج انحراف كل مشاهدة عن متوسطها الحسابي $(x-\overline{x})$.

٣- تربيع قيمة كل انحراف عن المتوسط الحسابي $(x-\overline{x})^2$

٤- جمع مربعات الانحرافات لقيم المشاهدات عن متوسطها الحسابي $\sum(x-\overline{x})^2$

٥- يقسم الناتج على $n-1$ لاستخراج التباين .

اما التباين بالنسبة للبيانات المبوبة : حيث x مراكز الفئات

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f - 1}$$

$$S^2 = \frac{\sum x^2 f - \frac{(\sum xf)^2}{\sum f}}{\sum f - 1}$$

مثال :للبيانات المبوبة التالية جد التباين :

Classes	frequency	X مراكز الفئات	fx	fx^2
14-16	1	١٥	15	225
16-18	2	١٧	34	578
18-20	3	١٩	48	1083
20-22	3	٢١	63	1323
22-24	7	٢٣	161	3703
24-26	4	٢٥	100	2500
26-28	3	٢٧	81	2187
28-30	2	٢٩	58	2523
Sum	25		560	13281

$$S^2 = \frac{\sum x^2 f - \frac{(\sum xf)^2}{n}}{\sum f - 1}$$

$$S^2 = \frac{13281 - \frac{(560)^2}{25}}{25-1}$$

$$S^2 = 30.708$$

الانحراف المعياري Standard deviation

عند استخدام التباين كمقياس من مقاييس التشتت ، نجد انه يعتمد على مجموع مربعات الانحرافات ، ومن ثم لا يتمشى هذا المقياس مع وحدات قياس المتغير محل الدراسة ، ففي المثال السابق ، نجد ان تباين سنوات الخبرة في العينة ٨.٥ ، فليس من المنطق عند تفسير هذه النتيجة ان نقول (تباين سنوات الخبرة هو ٨.٥ سنة تربيع) لان وحدات قياس المتغير هو عدد السنوات من اجل ذلك لجا الاحصائيين الى مقياس منطقي ياخذ في الاعتبار الجذر التربيعي للتباين لكي يناسب وحدات قياس المتغير ، وهذا المقياس هو الانحراف المعياري .

اذا الانحراف المعياري ، هو الجذر التربيعي الموجب للتباين اي ان :

$$\boxed{\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{التباين}}} \qquad (٤-١١)$$

بالنسبة للبيانات غير المبوبة نستخدم المعادلة :

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}}$$

مثال // للبيانات التالية جد الانحراف المعياري :

١٧ ٢١ ١٥ ١٩ ٢٤ ٢٩ ١٣ ١٠

<u>الحــل</u> :

- عمل جدول لاستخراج مفردات المعادلة اعلاه .
-

X	X^2
10	100
13	169
29	841
24	576
19	361
15	225
21	441
17	289
Sum 148	٣٠٠٢

- استخراج الانحراف المعياري .

$$S=\sqrt{\frac{\sum x^2-\frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}}$$

$$S=\sqrt{\frac{3002-\frac{(148)^2}{8}}{8-1}}$$

$$S=6.141$$

خصائص الانحراف المعياري :

من خصائص الانحراف المعياري ما يلي :

- اولا : الانحراف المعياري للمقدار الثابت صفرا ، اي انه اذا كان لدينا القرات التالية :

$X = a,a,a,\ldots\ldots.,a$ حيث ان a مقدار ثابت فان : S=0 ، حيث ان S تعبر عن الانحراف المعياري لقيم x

- ثانيا : اذا اضيف مقدار ثابت الى كل قيمة من قيم المفردات ، فان الانحراف المعياري للقيم الجديدة

(القيم بعد الاضافة) تساوي الانحراف المعياري للقيم الاصلية (القيم بعد الاضافة) فاذا كانت القيم

الاصلية هي $x=x_1,x_2,x_3,\ldots\ldots\ldots,x_n$ وتم اضافة مقدار ثابت a الى كل قيمة من قيم x ، فان

الانحراف المعياري للقيم الجديدة : $x_1+a,x_2+a,\ldots\ldots.x_n+a:(y=x+a)$ هي :

$S_1=S2$.

- ثالثا : اذا ضرب كل قيمة من قيم المفردات في مقدار ثابت ، فان الانحراف المعياري للقيم الجديدة ، يساوي الانحراف المعياري لللقيم الاصلية مضرويا في الثابت .
- رابعا : اذا كان لدينا التوليفة الخطية $y = ax + b$ ، فان الانحراف المعياري للمتغير y هو ايضا : $S_y = aS_x$.

مزايا وعيوب الانحراف المعياري

من مزايا الانحراف المعياري

1. انه اكثر مقاييس التشتت استخداما .
2. يسهل التعامل معه رياضيا .
3. ياخذ كل القيم في الاعتبار .

من عيوبه ، انه يتاثر بالقيم الشاذة

الخطا المعياري (القياسي):

هو النسبية بين الانحراف المعياري (القياسي) والجذر التربيعي لعدد المفردات . ويمكن استخراجه من القانون التالي :

الخطأ القياسي $S_{\bar{y}} = \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

للمثال السابق فأن الخطا المعياري (القياسي) للبيانات اعلاه هو :

$$S_{\bar{y}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$S = \frac{6.141}{\sqrt{8}} \Rightarrow S = 2.171$$

<u>مقاييس التشتت النسبي</u>

معامل الاختلاف Coefficient of Variation

احد المقاييس المستخدمة لقياس درجة التشتت ، وفيه يحسب قيمة التشتت كنسبة مئوية من قيمة مقياس النزعة المركزية ، ومن ثم يفضل استخدام معامل الاختلاف عند مقارنة درجة تشتت بيانات مجموعتين او اكثر مختلفة لها وحدات قياس مختلفة ، بدلا من الانحراف المعياري ، لان معامل الاختلاف يعتمد على التغيرات النسبية في القيم عن مقياس النزعة المركزية ، بينما يعتمد الانحراف المعياريعلى التغيرات المطلقة للقيم مقارنة درجة تشتت بيانات الاطوال بالسنتمتر ، وبيانات الاوزان بالكيلو غرام ، لا يمكن الاعتماد على الانحراف المعياري في هذه المقارنة ، وانما يستخدم معامل الاختلاف ،ومن ثم يطلق عليه بمعامل الاختلاف النسبي .

يحسب معامل الاختلاف النسبي بتطبيق المعادلة :

$$\boxed{c.v = \frac{s}{\bar{x}} \times 100}$$

** يشير هذا القياس الى دقة مدى التجانس بين مفردات العينات ، كما ان الحد الاعلى الذي يمكن قبوله في التجارب الحقلية يجب ان لا يزيد عن ٢٠% ، اما في التجارب المختبرية او البيئات المسيطر عليها فيجب ان لا يزيد عن ١٠ % .

مثال ///تم اختيار مجموعتين من الاغنام النامية في احد المزارع ، وتم استخدام عليقة معينة لتسمين المجموعة الاولى ، بينما تم استخدام عليقة اخرى لتسمين المجموعة الثانية ، وبعد فترة زمنية تم جمع بيانات عن الاوزان للمجموعتين بالكيلو غرام وتم الحصول على المقاييس التالية .

المقاييس	المجموعة الاولى	المجموعة الثانية
$\bar{X} =$	١٧٣	١٩٨
$S =$	٢٣	٢٥

والمطلوب مقارنة درجة تشتت المجموعتين :

الحــــل :

- معامل الاختلاف النسبي للمجموعة الاولى :

$$c.v_1 = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \Rightarrow c.v_1 = \frac{23}{173} \times 100 = 13.3$$

- معامل الاختلاف النسبي للمجموعة الثانية

$$c.v_2 = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \Rightarrow c.v_2 = \frac{25}{195} \times 100 = 12.8\%$$

يلاحظ ان درجة تشتت اوزان المجموعة الثانية اقل من درجة تشتت اوزان المجموعة الاولى .

اسئلة

١- جدد للبيانات التالية ٨٣،٩٨،٧٨،١٠٠،٧٩،٩٦,١٠٠ ما ياتي :

أ- مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي .

ب- مجموع مربع القيم .

ج- الانحراف المعياري (القياسي) .

د- معامل الاختلاف .

هـ- الخطا المعياري (القياسي)

٢- قيس حاصل ٢٥ نبات من نباتات الحنطة فكان مجموع القيم ١٥٠ ومجموع مربع القيم ٩٧٥ احسب :

- المتوسط الحسابي .
- التباين .
- الانحراف المعياري (القياسي).

٣- قيست اطوال خمسة عرانيص لصنفين من الذرة الصفراء فكانت كما يلي :

العينة الاولى : ٢٠،١٩،٢٢،٢١،٢٣

العينة الثانية : ١٣،١٨،١٦،١٥،١٩

جد قيمة معدل انحرافات المفردات عن متوسطها الحسابي . ثم وضح اي العينتين متجانسة اكثر .

٤- اذا علمت ان معامل اختلاف عينة مكونة من ٢٠ فردا يساوي ١٠% وان المتوسط الحسابي لها ٧٥ فما هو الانحراف المعياري .وما هو الخطا المعياري.

٥- قيست المساحة الورقية لمحصول معين باخذ قياسات عشرة اوراق بطريقتين مختلفتين . كان المتوسط الحسابي للطريقة الاولى هو ٣٠ والتباين ٥٩٥٥٠ بينما المتوسط الحسابي والتباين للطريقة الثانية هو ٥و٥٨٠٠ على التوالي . فاي الطريقتين افضل ؟ ولماذا ؟

تحليل التباين :

كنا قد تناولنا في ما مضى موضوع التباين هنا نريد ان نتناول هذا الموضوع بشئ من التفصيل حيث يمكننا ان نعرف التباين على انه (اختلاف الاشياء عن بعضها البعض ، وهذا الاختلاف هو الذي يجعلنا نميز بين هذه الاشياء) اي ان اي مجموعة من الاشياء المختلفة عن بعضها البعض معناها متباينة .

وقبل الخوض في تحليل التباين من المهم معرفة الاتي :

- وضع الفرضية,

لوضع الفرضية يجب ان يكون هناك :

١. العامل المؤثر(العامل المستقل): وهو المراد قياس تاثير على المجموعات .مثل كمية السماد ،نسبة البروتين في العليقة ، درجة الحرارة ، دخول الانترنت الى احد المجتمعات
٢. العامل المتأثر (العامل التابع): وهو المقياس الذي يمكن من خلاله معرفة مدى تاثير المؤثر . كمية الانتاج ، كمية الحليب المنتج ، النمو ،ثقافة المجتمع .

الفرضية : هناك فرضيتان

الاولى : فرضية العدم :Null Hypothesis يرمز لها بالرمزH_o وهي تفترض عدم وجود فروق معنوية بين

معدلات المجموعات(ليس هناك تاثير للمؤثر على المتاثر)اي ان : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

الثانية : الفرضية البديلة Alternative Hypothesis يرمز لها بالمز H_A وتنص على وجود فروق معنوية

بين متوسطات المجموعات(هناك تاثير للمؤثر على المتاثر) اي ان : $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

** عند رفض فرضية العدم وهي صحيحة نقع في خطأ من النوع الاول Type one Error . اما اذا قبلت فرضية العدم وهي خاطئة فنقع في خطأ من النوع الثاني Type two Error .

سؤال // يعتبر الخطا من النوع الثاني اخطر من النوع الاول ؟ لماذا ؟